

素 粒 子 論 へ

田 島 徳 一

対応的に考えれば、素粒子研究の現況は、スペクトルを系列的に分析していた時代に似ている*¹。それは、ボアの原子論という大飛躍が生まれる前夜にあたる。

ぞくぞく発見された粒子から、どれが本当の素粒子で、それが構造を持つのか、又、相互の関係、強・弱・電磁・重力の4つの相互作用を統一的に解明できるか等の研究の最終目的をすべて今の理論の枠内で、説明可能かという問題は原子の時代と比べれば、出来ない場合も考えてみなければならない*³。

これは、不可能と考えた、ある数学的可能性を探究したものである。ただし、物理的な考察はなされていない。

1. オペレーター*²

エルミート正方マトリックスで表わされる、2つの非可換なマトリックスAとB、

$$A^* = A, \quad B^* = B \quad (1)$$

より出来る、行が列の2倍である長方マトリックス

$$H = (A, B) : [2n \times n] \quad (2)$$

を考える。

Hの演算は、通常マトリックス演算にとる。新しく、

$$(A, B) \cdot (C, D) = (AC - BD, BC + AD) \quad (3)$$

なる積を定義すると、A、Bが交換不可能な一例として

$$AB - BA = i\ell, \quad i = \sqrt{-1} \quad (\ell : \text{実数}) \quad (4)$$

を導きうる。

単位マトリックスEとOマトリックスOを

$$EH = HE = H \quad (5)$$

$$OH = HO = O \quad (6)$$

で定義した場合、Hと同じ[2n×n]マトリックスに、EもOもとることは不可能で、両表現も同じものには出来ない。

2. ベクトル

ヒルベルト空間のベクトル, $\psi, \psi', 0 : [1 \times n]$ より,

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi & 0 \\ 0 & \psi' \end{pmatrix} : [2 \times 2n] \quad (7)$$

なるベクトルを考えると, Ψ の演算は, U, Φ ベクトルの表現を除いて, すべてヒルベルト空間の場合と同様の定義が出来る。

$$U\Psi = \Psi U = \Psi \quad (8)$$

$$\Phi\Psi = \Psi\Phi = \Phi \quad (9)$$

をみたす U, Φ は定義可能であるが, もはや $[2 \times 2n]$ ベクトルにはとれず, 表現を異にする点オペレーターと同様である。

又, ヒルベルト空間のベクトルについての条件は, 形式的にすべて満足する。

3. 固有値問題*3

上述のオペレーターとベクトルを使って,

$$H\Psi = (A, B) \begin{pmatrix} \psi & 0 \\ 0 & \psi' \end{pmatrix} = (A\psi, B\psi') = (a\psi, b\psi') \quad (10)$$

を作る。ここで,

$$(a\psi, b\psi') = (a, b) \begin{pmatrix} \psi & 0 \\ 0 & \psi' \end{pmatrix} \quad (11)$$

(a, b は実数)

を定義すると, 上式は,

$$H\Psi = (a, b) \Psi = \lambda\Psi \quad (12)$$

となる。従って,

$$H\Psi = \lambda\Psi \quad (13)$$

或は,

$$\left. \begin{aligned} A\psi &= a\psi \\ B\psi' &= b\psi' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。

ここで, (14) の 2 式を関係づけるため,

$$\Psi_0 = \psi + \psi' \quad (15)$$

$$|\Psi_0^* \Psi_0| = 1 \quad (16)$$

にする。

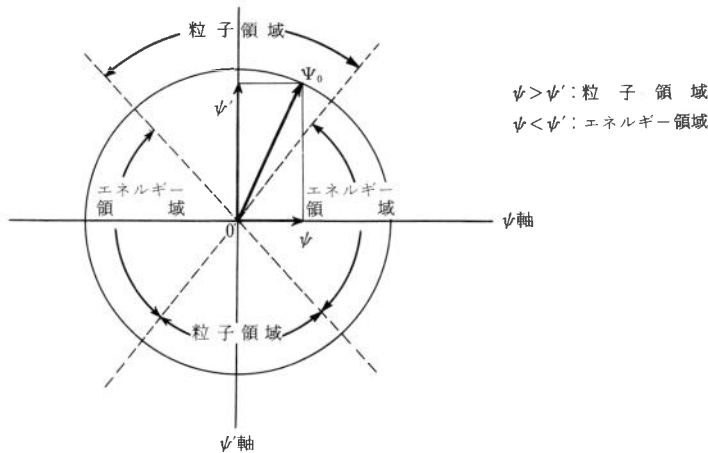
関係式

$$\psi = T\psi' \quad (17)$$

を出来るかぎり簡単化したいので

$$\psi \perp \psi' \quad (18)$$

なる条件をつければ, その関係は, 次図の如くなる。



ヒルベルト空間の場合と対応して、

$$\Psi^* H \Psi = \begin{pmatrix} \psi^* A \psi & 0 \\ 0 & \psi'^* B \psi' \end{pmatrix} \quad (19)$$

で定義する量も考えられるが、今一つ、物理的事情を考慮した上で、その値のとり方をきめる必要がある。λについても、ある実数値にするためには、同様の考慮が必要である。

ヒルベルト空間内での理論は、エルミート正方マトリックスAとベクトルψより、

$$A \psi = a \psi \quad (20)$$

を満足する理論を形成することであり、新しい理論に於ては、(14)の如き、2つのベクトル空間が、(16)、(18)の関係で二重になっていると考えればよい。

これらの拡張により生ずる自由度と(19)とλをば、非常に多い、実験的事実とむすびつけることによって、従来より、より広い見通しが可能になり、その上、現在の理論にある、困難を少しでも除きうるか、どうか、この形式の採用を決める目やすになる。

文 献

- ※ 1. 寺沢英純 : 科学, 49, p.538 (1979)
- ※ 2. 田島徳一 : 論叢 (中日本自動車短期大学), 6, p.1 (1974)
- ※ 3. 田島徳一 : 論叢, 7, p.1 (1977)