

加速・制動運動における車両の力学的挙動の解析

中 島 達 夫

1 ま え が き

車の基本運動である加速および制動の両運動においては内的、外的の多くの要因が関係してくるが、そのなかで最も重要な要因は路面と車輪との相互作用によって発生するすべり摩擦力であろう。加速運動と制動運動ではすべりが正負逆性であり、そのために加速運動ではそれが加速のための駆動力となり、また制動運動ではそれが減速のための主抵抗となり、ともにその運動を司る主役をなしている。

しかしこのすべり運動は車の動きをマクロ的に観測する場合、ともすれば無視されやすく、また実験的にその挙動を見分けることは案外困難である。それは摩擦現象が本来不安定で再現性が乏しい上に、すべりすなわち車の前進速度と車輪の回転周速度との微妙な差に応じて複雑な挙動をみせることによるものと考えられる。

従来、車の走行性能に関しては横方向を加味した所謂安定性に関する研究は数多くなされているが、この直進走行性能に関しては研究が比較的少いようである^{1)~13)}。

これらの観点より加速および制動中における車の力学的挙動、特にすべりの推移およびその影響に関する基本的な知見を得るのを目的として、比較的簡単な力学モデルを用いて基礎方程式を導き、その近似解析解および数値解を求め、若干の考察を加えた。

2 記 号

- W, W_1, W_2 : 車両の総重量および駆動輪と従動輪(加速運動)または後輪と前輪(制動運動)の分担荷重で、 $W = W_1 + W_2$
- N_1, N_2 : W_1, W_2 に対する路面反力で、路面(水平とする)に垂直に働き、その大きさは $N_1 = W_1, N_2 = W_2$ とする。
- r : 車輪の有効半径、全輪同一とする。
- k_1, k_2 : 変速機減速比および終減速比
- I : 回転部の相当慣性能率
- T_e : 利用しうるエンジントルク(加速運動)
- T : 駆動輪に働く駆動トルクで $T = k_1 k_2 T_e$ (加速運動)、または車輪に働く全制動トルク(制動運動)

- l, p_1, p_2 : 軸距, 重心と従動輪軸の水平距離と軸距との比および重心高さとの比
- α, v, ω : 車体加速度, 車速および車輪回転角速度
- σ : すべり比, $0 \leq \sigma \leq 1$ になるよう次式で定義する。
 $r\omega \geq v$ のとき $\sigma = 1 - v/(r\omega)$
 $r\omega \leq v$ のとき $\sigma = 1 - r\omega/v$
- x, S : 走行距離および制動停止距離
- e, μ_r : 路面反力 N_1, N_2 の作用線の偏心量およびころがり抵抗係数 (定数とみなす)
 $e/r = \mu_r$ とする。
- F_r : ころがり抵抗, μ_r と分担荷重の積であらわされるものとする。
- μ_s : 車輪と路面間のすべり摩擦係数で, すべり比 σ の関数とする。
- F_s : 車輪と路面間のすべり摩擦力で, μ_s と分担荷重の積に等しいとする。
- F_a : 車体に働く空気抵抗で, 車速の 2 乗に比例するものとする。すなわち
 $F_a = c_0 v^2$ (c_0 : 定数)

3 加速運動

3・1 力学モデルと基礎方程式

加速運動中の車の力学モデルを図 1 のように設定する。駆動輪部, 従動輪部をそれぞれ添字 1, 2 で示す。駆動輪は駆動トルク T により積極的に回転させられ, そのとき路面との間に生ずるすべりに起因してすべり摩擦力 F_{s1} が生じ, これが加速運動の直接の駆動力となる。従動輪は車台を通じて伝達される力により消極的な運動を行なう。このとき路面との間のすべり摩擦力 F_{s2} は F_{s1} と逆に抵抗として働く。車輪のころがり抵抗 F_r は路面から車輪に働く反力 N (垂直上方に働くとする) の軸心からの偏心 e によって生ずるものとする。なおそのほか車体には車速 v の 2 乗に比例する空気抵抗 F_a が働くものとする。この力学モデルより次の運動方程式がえられる。

直進運動

$$W/g \cdot \dot{v} = F_{s1} - F_{s2} - F_a = \mu_{s1} W_1 - \mu_{s2} W_2 - c_0 v^2 \quad (1)$$

駆動輪の回転運動

$$I_1 \dot{\omega}_1 + 1/2 \cdot \dot{I}_1 \omega_1 = T - F_{s1} r - N_1 e = T - (\mu_{s1} + \mu_r) W_1 r \quad (2)$$

従動輪の回転運動

$$I_2 \dot{\omega}_2 = F_{s2} r - N_2 e = (\mu_{s2} - \mu_r) W_2 r \quad (3)$$

この 3 式を加速運動の基礎方程式とする。ただし分担荷重 W_1, W_2 は慣性力の影響で運動中に次式のように変動する。 g は重力加速度を示す。

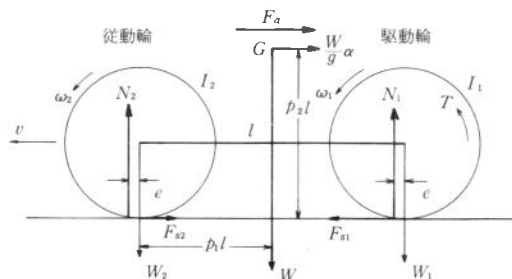


図 1 加速走行中の車の力学モデル

$$W_1 = (p_1 + p_2 \alpha / g) W \quad W_2 = W - W_1 \quad (4)$$

基礎方程式の(2)式は，変速機構におけるエネルギー損失がないと仮定して

$$(\text{入出力トルクの差}) = d (1/2 \cdot I_1 \omega_1^2) / (\omega_1 dt) = I_1 \dot{\omega}_1 + 1/2 \cdot \dot{I}_1 \omega_1$$

よりみちびいた。

車輪部，推進軸部およびエンジン部の回転体の慣性能率をそれぞれ I_w , I_s , I_e とし，さらに I_w を駆動輪関係 I_{w1} ，従動輪関係 I_{w2} に分け，回転部の相当慣性能率 I , I_1 , I_2 ，および相当重量 ΔW を次のように定義する。 k_1 , k_2 はそれぞれ変速機減速比，終減速比である。

$$I = I_1 + I_2, \quad I_1 = I_{w1} + k_1^2 (I_s + k_1^2 I_e), \quad I_2 = I_{w2}, \quad I_w = I_{w1} + I_{w2}, \quad \Delta W = gI / r^2$$

駆動輪と従動輪ではすべりの符号が異なるので，すべり比をそれぞれ次のように定義する。

$$\sigma_1 = 1 - v / (r\omega_1), \quad \sigma_2 = 1 - r\omega_2 / v$$

すべり摩擦係数 μ_s はすべり比 σ の関数で，次式であらわされるものとする。

$$\mu_s = \mu_0 (1 - e^{-c_1 \sigma}) e^{-c_2 \sigma} \quad \mu_0, c_1, c_2 : \text{定数} \quad (5)$$

この式は加速，減速の両運動に共通して用いることにする。 μ_s のピーク値を μ_m ，また完全すべり $\sigma = 1$ のときの μ_s の値を μ_g とする。 μ_m に対応する σ の値を σ_m とすると， $\sigma = \sigma_m$ において

$$d\mu_s / d\sigma = 0 \quad \text{より}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{c_1} \log \frac{c_1 + c_2}{c_2}, \quad \mu_m = \mu_0 (1 - e^{-c_1 \sigma_m}) e^{-c_2 \sigma_m}$$

また $\sigma = 1$ として，

$$\mu_g = \mu_0 (1 - e^{-c_1}) e^{-c_2}$$

加速および制動運動を通じて次の定数を用いる。

$$\mu_0 = 1.0, \quad c_1 = 20, \quad c_2 = 0.5$$

このときの $\mu_s - \sigma$ 曲線を図 2 に示す。またこのとき

$$\sigma_m = 0.186, \quad \mu_m = 0.889, \quad \mu_g = 0.606$$

となる。図 2 の μ_e , σ_e , σ_e' の意味は後に記す。

3・2 近似解析解法

基礎方程式の正確解を得ることができないので，若干の仮定条件のもとに近似解析解を求めてみよう。

仮定 (i) すべりは小さく， $v \doteq r\omega_1 \doteq r\omega_2$ とする。

(ii) 駆動トルク T および相当慣性能率 I は運動中一定値とする。

初期条件 時刻 $t = 0$ において車速 $v = 0$ ，走行距離 $x = 0$ とする。

基礎方程式の 3 式を加えあわせると，

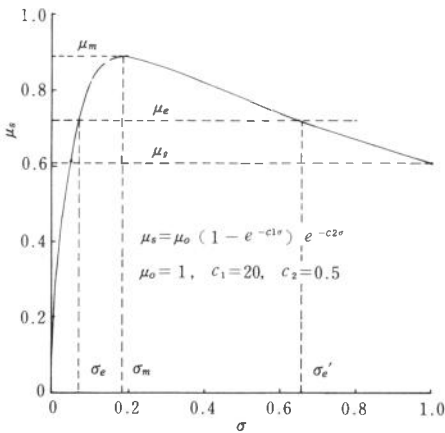


図 2 すべり比 σ とすべり摩擦係数 μ_s の関係

$$d(W/g \cdot v + I_1/r \cdot \omega_1 + I_2/r \cdot \omega_2)/dt = T/r - \mu_r W - c_0 v^2$$

仮定より近似的に、加速度 α は

$$\alpha/g = (T/r - \mu_r W - c_0 v^2)/(W + \Delta W) \tag{6}$$

この式を積分すると、車速 v 、走行距離 x は、

$$v = \left(\frac{2}{1 + e^{-k_2 t}} - 1 \right) K_1 \tag{7}$$

$$x = \left(t + \frac{2}{K_2} \log \frac{1 + e^{-k_2 t}}{2} \right) K_1 \tag{8}$$

ただし $K_1 = \sqrt{(T/r - \mu_r W)/c_0}$, $K_2 = 2g c_0 K_1/(W + \Delta W)$, $\Delta W = gI/r^2$
 なお速度 v は時刻 $t \rightarrow \infty$ である速度 v_∞ に収束するが、(7)式より $v_\infty = K_1$ となる。

数 値 例

設定条件

車 両 定 数 : $W = 1200 \text{ kg}$, $p_1 = 0.55$, $p_2 = 0.3$, $r = 0.3 \text{ m}$

$I_{w1}, I_{w2}, I_s, I_e = 0.22, 0.22, 0.001, 0.016 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

変 速 比 : 変速機減速比 k_1 は4, 2および1の3水準をとり、終減速比 k_2 は5とする。

駆 動 ト ル ク : エンジントルク T_e は4, 6, 8, および $10 \text{ kg} \cdot \text{m}$ の4水準をとる。したがって駆
 動トルク $T (= k_1 k_2 T_e)$ は12水準についてしらべられることになる。

諸 係 数 : 空気抵抗係数 $c_0 = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$, ころがり抵抗係数 $\mu_r = 0.02$, すべり摩擦抵抗
 係数 μ_{s1}, μ_{s2} はともに(5)式にしたがう。

初 期 条 件 : 車速 $v = 0$, 車輪回転角速度 $\omega = 0$

結 果

4水準のエンジントルク T_e に対してそれぞれ変速機減速比 k_1 を3水準にとったときの車速 v
 および走行距離 x の推移を図3に示す。

なお走行中に減速比 k_1 またはエンジントルク T_e を変える場合の結果を求めるのには、図3の
 各曲線を適当に合成して1本の曲線を作れば近似的に推知することができる。たとえばエンジン
 トルク T_e が一定値 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}$ で、減速比 k_1 を $v = 0 \sim 10 \text{ m/s}$ では4, $v = 10 \sim 20 \text{ m/s}$ では2, それ以上
 では1とする場合の車速 v の推移は、図3-(4)の破線で示すようにI, II, IIIの3曲線より平行移
 動によって1本の曲線を合成したもので推定することができる。

3・3 数 値 解 法

前記の近似解析解は運動の大略を知るのには有効であるが、諸物理量のくわしい推移を知るの
 にはやはり不充分である。そこでさらに多くの情報を得るため基礎方程式を数値的に解いて調べ
 てみた。解法としては基礎微分方程式(1), (2), (3)式を差分法を用いて電子計算機により逐次計算
 して推移を求める。差分法としては Euler 法と Runge-Kutta 法の両法を試みたが、結果的に
 はあまり差は認められなかった。このことは制動運動の場合にも同様で、したがって差分の時間
 きざみを適当に小さくとれば簡単な Euler 法で充分と考えられる。

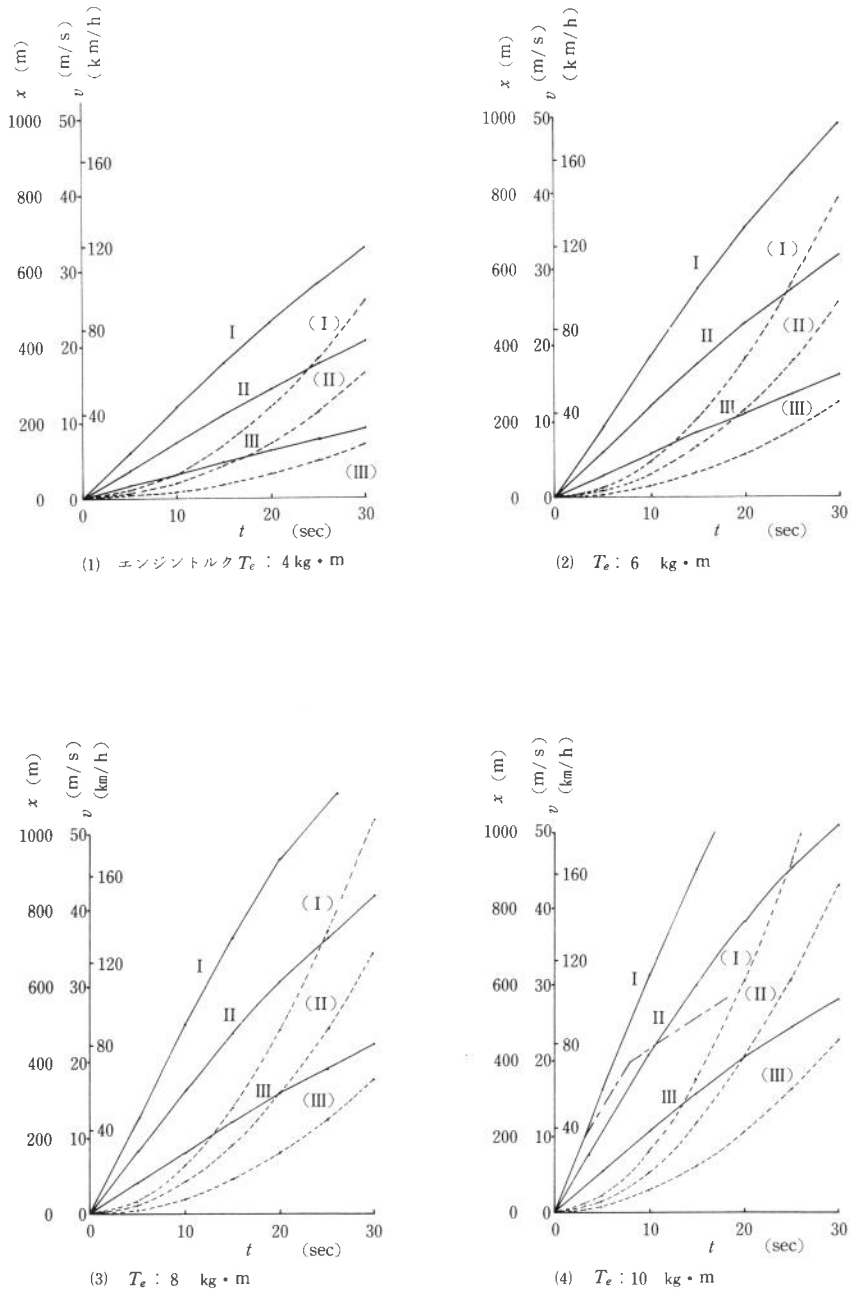


図3 車速 v (実線)と走行距離 x (点線)の推移(加速運動:近似解析解)
減速比 k_1 : I(4), II(2), III(1)

設定条件

車両定数：近似解析解法と同じとする。

変速比：変速機減速比 k_1 は駆動輪回転角速度 ω_1 に対応して次式のように自動的に変速されるものとする。

$$k_1 = 4 / (1 + c_3 \omega_1)$$

$$c_3 = 0.03s$$

終減速比 k_2 は5とする。駆動輪周速 $r\omega_1$ と減速比 k_1 および回転部相当重量 $\Delta W = gI / r^2$ との関係を図4に示す。

駆動トルク：駆動輪に働く駆動トルク $T = k_1 k_2 T_e = 20 / (1 + c_3 \omega_1) \cdot T_e$
 エンジントルク T_e は6, 10, 14, 18 kg・mの4水準について調べる。

諸係数：空気抵抗係数 $c_0 = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2$ ，ころがり抵抗係数 $\mu_r = 0.02$ ，すべり摩擦係数 μ_s は(5)式にしたがう。空気抵抗 $F_a (= c_0 v^2)$ と v の関係は図4に示される。

初期条件： $v = 0, \omega = 0, \sigma = 0, x = 0$

時間きざみ：1 msec とする。

結果およびその考察

エンジントルク T_e をパラメータとして4水準に変え，車体加速度比 α/g ，車速 v ，走行距離 x ，すべり比 σ_1, σ_2 およびすべり摩擦係数 μ_{s1}, μ_{s2} ，駆動輪に働く駆動トルク T のそれぞれの推移状況を図5に示す。同図においてI, II, III, IVは T_e がそれぞれ6, 10, 14, 18kg・mの場合を示す。

これらの結果について若干の考察を加える。

駆動輪のすべり比 σ_1 とすべり摩擦係数 μ_{s1} の推移は図5-(3)に示されるが，エンジントルク T_e が18kg・mの場合(W)にはすべり摩擦係数 μ_{s1} が初期においてピーク値 μ_m をあらわしている。そしてそれ以前では(図に示されていないが)すべり比 σ_1 は σ_m 以上の値となっている。 σ_m 以上のすべりを過大なすべりとして，この過大なすべりが生ずる原因を考えてみる。

過大なすべりが生ずるのはタイヤと路面の間の最大摩擦力以上の駆動トルクが与えられることによるもので，いま σ_m, μ_m が丁度実現するような駆動トルクを T_c とし，これ以上の駆動トルクが与えられるとき過大なすべりを生ずるものとする。

基礎方程式(1)および(4)式より， $\mu_{s1} = \mu_m$ として

$$W/g \cdot \alpha \doteq \mu_m W_1 = \mu_m (p_1 + p_2 \alpha/g) W$$

$$\therefore \alpha/g = p_1 \mu_m / (1 - p_2 \mu_m), \quad W_1 = p_1 / (1 - p_2 \mu_m) \cdot W$$

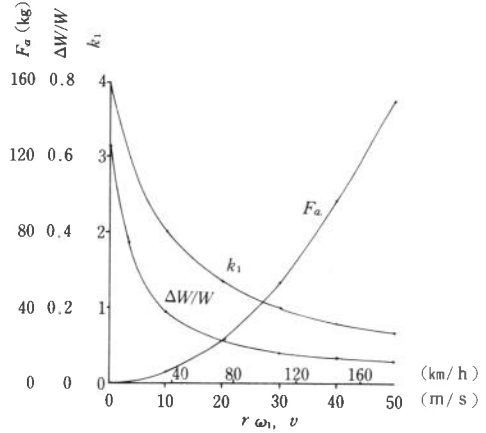
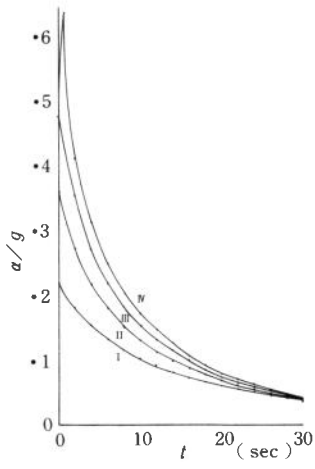
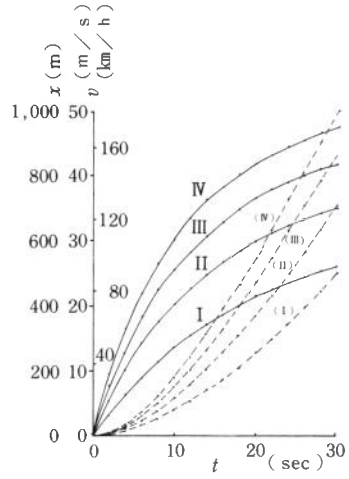


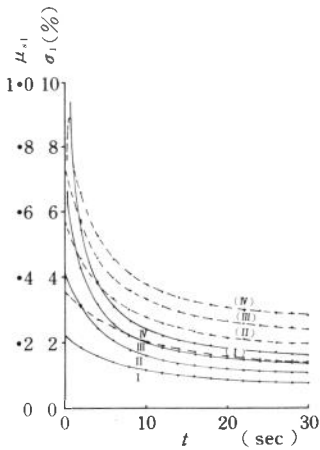
図4 減速比 k_1 ，相当重量比 $\Delta W/W$ と駆動輪周速 $r\omega_1$ の関係および空気抵抗 F_a と車速 v の関係（加速運動：数値解）



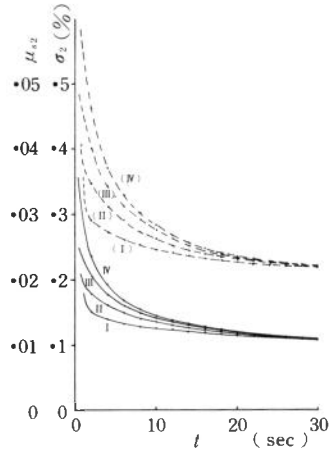
(1) 車体加速度比 a/g



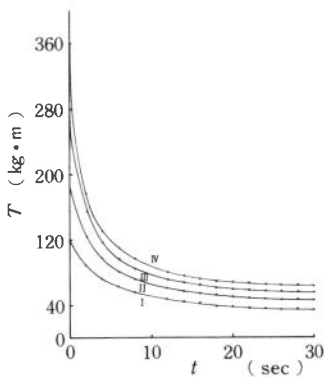
(2) 車速 v (実線) と走行距離 x (点線)



(3) 駆動輪のすべり比 σ_1 (実線) とすべり摩擦係数 μ_{s1} (点線)



(4) 従動輪のすべり比 σ_2 (実線) とすべり摩擦係数 μ_{s2} (点線)



(5) 駆動トルク T

図5 加速運動における推移 (数値解)
エンジントルク T_e (kg·m) : I (6), II (10), III (14), IV (18)

(2)式において $T = T_c$ として

$$T_c = (\mu_m + \mu_r) W_1 r = (\mu_m + \mu_r) \rho_1 / (1 - \rho_2 \mu_m) \cdot W r \quad (9)$$

所定の値を入れると, $T_c = 246 \text{ kg} \cdot \text{m}$

これに対応するエンジントルク T_{ec} は, 減速比 $k_1 k_2 < 20$ であるから

$$T_{ec} = T_c / (k_1 k_2) > 12.3 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

数値解で $T_e = 14 \text{ kg} \cdot \text{m}$ の場合にも, 図には示されていないが, $t < 0.02 \text{ sec}$ において $\sigma > \sigma_m$ の状態となっている。

なお駆動輪の荷重分担比によって加速度 α , 速度 v は影響されないが, (9)式で分るように T_c の値が変化し, 駆動輪の荷重分担比が大きいほど大きい駆動トルクを使用しうることになる。

4 制動運動

4.1 力学モデルと基礎方程式

制動走行中の車の力学モデルを図6のように設定する。後輪部, 前輪部をそれぞれ添字 1, 2 であらわす。制動トルク T は全輪の回転速度が同一になるように配分されるものとし, 車に作用する抵抗としては, ころがり抵抗 F_r , すべり抵抗 F_s および空気抵抗 F_a を考慮する。

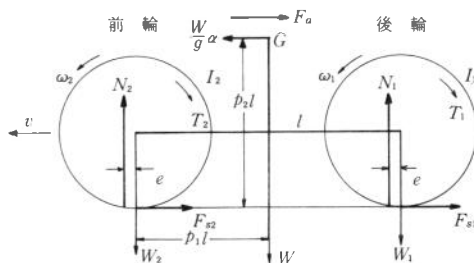


図6 制動走行中の車の力学モデル

$$\mu_{s1} = \mu_{s2} = \mu_s, \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega, \quad T_1 + T_2 = T, \quad I_1 + I_2 = I \quad (\text{一定})$$

とすると, 運動方程式は

直進運動

$$\begin{aligned} W/g \cdot \dot{v} &= -F_{s1} - F_{s2} - F_a = -\mu_{s1} W_1 - \mu_{s2} W_2 - c_0 v^2 \\ &= -\mu_s W - c_0 v^2 \end{aligned} \quad (10)$$

回転運動

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 + I_2 \dot{\omega}_2 &= -T_1 - T_2 + F_{s1} r + F_{s2} r - N_1 e - N_2 e \\ &= -T + \mu_{s1} W_1 r + \mu_{s2} W_2 r - \mu_r W_1 r - \mu_r W_2 r \\ \therefore I \dot{\omega} &= -T + (\mu_s - \mu_r) W r \end{aligned} \quad (11)$$

この2式を制動運動の基礎方程式とする。

制動運動では $r \omega \leq v$ となるので, すべり比は $\sigma = 1 - r \omega / v$ と定義する。仮定により σ は全輪同一となる。すべり摩擦係数 μ_s は加速運動の場合と同じく

$$\mu_s = \mu_0 (1 - e^{-c_1 \sigma}) e^{-c_2 \sigma} \quad \mu_0, c_1, c_2 : \text{定数}$$

であらわされるものとする。

4.2 近似解析解法

基礎方程式の正確解を得ることができないので, 2, 3の仮定のもとで近似解析解を求めてみよう。

仮定 (i) 制動トルク T は制動運動中一定値とする。

(ii) 空気抵抗 F_{at} は無視する。

(iii) すべり比 σ は制動運動中一定値で、しかもその値は小さいものとする。

仮定(iii)よりすべり摩擦係数 μ_s も一定値となる。この一定値の σ , μ_s をそれぞれ σ_e , μ_e とあらし、平衡すべり比, 平衡すべり摩擦係数と呼称する。

初期条件 制動に入る時点 ($t = 0$) の車速を v_0 , 車輪回転角速度を ω_0 とする。

基礎方程式(10), (11)より

$$\begin{aligned} W/g \cdot \dot{v} &= -\mu_e W \\ I \dot{\omega} &= -T + (\mu_e - \mu_r)Wr \end{aligned}$$

これを積分すると

$$v = v_0 - g\mu_e t \quad (12)$$

$$\omega = \omega_0 - (T - \mu_e Wr + \mu_r Wr) / I \cdot t \quad (13)$$

したがって v , ω は時間の経過とともに減少し、両者同時に 0 となる。

すべり比は運動中一定値 σ_e であるから、

$$r \omega_0 = (1 - \sigma_e) v_0, \quad r \omega = (1 - \sigma_e) v$$

したがって(12), (13)式より、

$$\mu_e = \frac{T/r + \mu_r W}{W + (1 - \sigma_e) gI/r^2} = \frac{T/r + \mu_r W}{W + gI/r^2} = \frac{T/r + \mu_r W}{W + \Delta W} \quad (14)$$

次に制動開始より停止までの制動停止時間を τ , この間の走行距離すなわち制動停止距離を S とすると, (12)式より

$$\tau = \frac{v_0}{g\mu_e} = \frac{v_0}{g} \frac{W + \Delta W}{T/r + \mu_r W} \quad (15)$$

$$S = \frac{v_0^2}{2g\mu_e} = \frac{v_0^2}{2g} \frac{W + \Delta W}{T/r + \mu_r W} \quad (16)$$

なお上記の解がなりたつためには制動トルク T に次のような制約が必要である。すなわちすべり摩擦係数 μ_s の値は図 2 に見られるようにあるすべり比 σ_m において最大値 μ_m とするが, 上記の解がなりたつには当然 $\mu_e \leq \mu_m$ でなくてはならない。

数 値 例

設定条件

車 両 定 数 : $W = 1200 \text{ kg}$, $r = 0.3 \text{ m}$, $I = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

諸 係 数 : 空気抵抗係数 $c_0 = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$, ころがり抵抗係数 $\mu_r = 0.02$, すべり摩擦抵抗係数 μ_s は(5)式にしたがう。

制動トルク : $T = 200, 250, 300 \text{ kg} \cdot \text{m}$ の 3 水準をとる。

初 速 : $v_0 = 10, 15, 20 \text{ m/s}$ の 3 水準をとる。

結果

近似解析解の(15), (16)式より停止時間 τ および停止距離 S を計算した結果を図7に示す。

4・3 数値解法

加速運動の場合と同じくよりくわしい運動推移を知るために基礎方程式の数値解を求める。

制動運動の場合には特に差分の時間きざみを小さくとる必要があるようである。時間きざみを10 msecにとったとき数値解

ははげしく振動し、非実用的であった。1 msecのきざみで充分安定した結果がえられた。これは後記するようにすべり比の復原性が原因と考えられる。Euler 法と Runge-Kutta 法の結果の差は非常に小さい。

設定条件

車両定数, ころがり抵抗係数, すべり摩擦抵抗係数および空気抵抗係数は近似解析解法の場合と同じとする。

制動トルク: 次式で示されるように時間的に次第に増大し, 飽和値 T_0 に漸近する。

$$T = (1 - e^{-ct}) T_0 \quad c = 5 \text{ }^{1/s}$$

図8にその変化を示す。飽和トルク T_0 は250, 300, 350 $\text{kg} \cdot \text{m}$ の3水準をとる。

初期条件: 初速 v_0 をパラメータとして10, 15, 20 m/sの3水準をとる。すべり比 $\sigma = 0$ したがって車輪の角速度 $\omega_0 = v_0/r$ とする。

時間きざみ: 1 msec

結果およびその考察

制動トルクの飽和値 T_0 および初速 v_0 をパラメータとしてそれぞれ3水準に変え, 車速比 v/v_0 , 角速度比 ω/ω_0 , すべり比 σ , すべり摩擦係数 μ_s の各推移状況を図9~11に示す。また制動トルク T_0 の値と停止距離 S および停止時間 τ の値の関係を図12に, 初速 v_0 と同じく停止距離 S 停止時間 τ との関係を図13に示す。

これらの結果について若干の考察を加える。

(1) 制動トルクの適正值

図12でみられるように制動トルク T_0 が250から300 $\text{kg} \cdot \text{m}$ に増加するにつれて停止距離 S , 停止時間 τ ともに値が

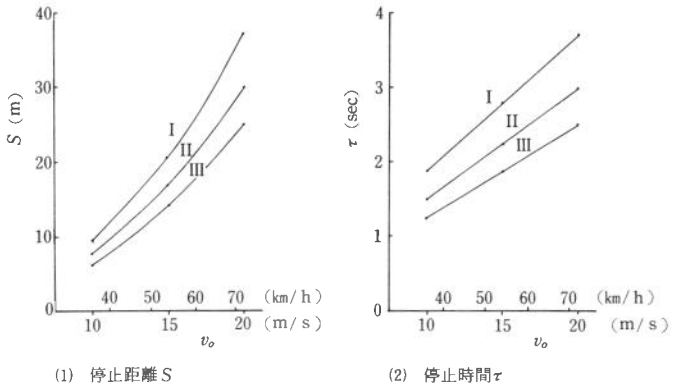


図7 初速 v_0 と停止距離 S および停止時間 τ の関係(制動運動: 近似解析解)
制動トルク $T(\text{kg} \cdot \text{m})$: I (200), II (250), III (300)

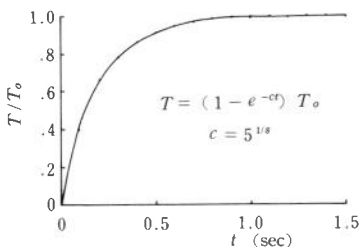
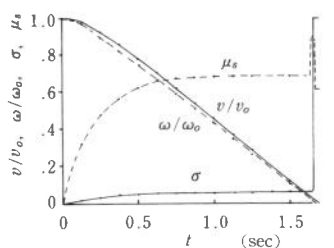
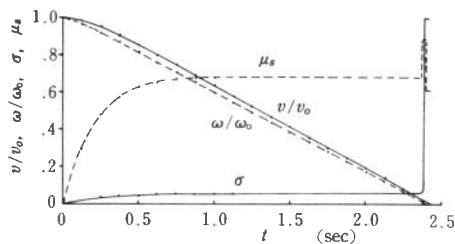


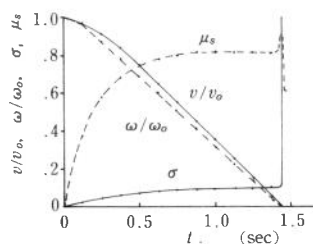
図8 制動トルク T の推移(制動運動: 数値解)



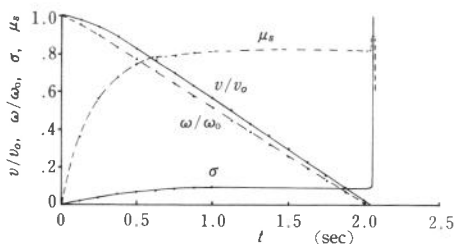
(1) 飽和制動トルク $T_0 : 250\text{kg} \cdot \text{m}$



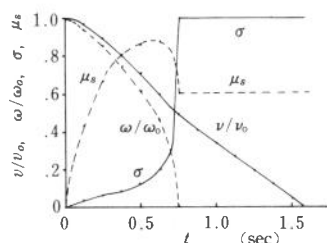
(1) $T_0 : 250\text{kg} \cdot \text{m}$



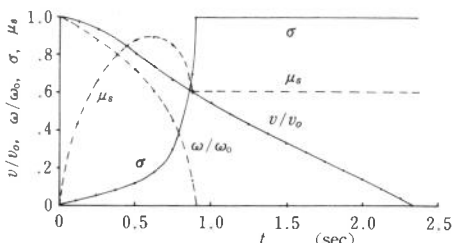
(2) $T_0 : 300\text{kg} \cdot \text{m}$



(2) $T_0 : 300\text{kg} \cdot \text{m}$



(3) $T_0 : 350\text{kg} \cdot \text{m}$



(3) $T_0 : 350\text{kg} \cdot \text{m}$

図9 制動運動における推移 (数値解)

初速 $v_0 : 10\text{m/s}$

図10 制動運動における推移 (数値解)

初速 $v_0 : 15\text{m/s}$

小さくなるが、 $350\text{kg} \cdot \text{m}$ になるとこれらの値が逆に大きくなり、いわば制動効果が悪くなる。このことは $T_0 = 350\text{kg} \cdot \text{m}$ では完全すべり (ロック制動, $\sigma = 1$) の時間が相当長く、そのときの摩擦係数 μ_0 の値があまり大きくないことによるものである。したがって制動効果をよくするにはなるべく大きい μ_e の値をとるようにすればよい。 μ_s の最大値は μ_m であるから $\mu_e = \mu_m$ となる制動トルクを T_c とすれば(14)式より

$$T_c = \mu_m (W + \Delta W) r - \mu_r W r$$

これが最大効率を得ることのできる制動トルクの大きさである。所定の各数値を入れると

$$T_c = 327\text{kg} \cdot \text{m}$$

なおロック制動時には横抗力がなくなり、車両のコントロールがむつかしくなるので、 T_c 以上の制動トルクはさらに不利となる。

(2) すべり比の安定性

制動運動中のすべり比 σ の挙動, 特にその安定性について検討してみよう。

数値解の結果よりすべり比の変動について次のことが知られる(図9~11参照)。

(a) 制動トルクが過大でなく, 平衡すべり比 σ_e が存在する場合 ($T_0 \leq T_c$)

数値解で $T_0 = 250$ および $300 \text{ kg}\cdot\text{m}$ の場合がこれに相当する。(14)式より計算される μ_e の値が μ_s の最大値 μ_m より小さい場合には, μ_e に対応するすべり比 σ_e が存在する(図2参照)。このときにはすべり比 σ は制動運動中この σ_e を平衡点として安定する。しかし走行停止直前にすべり比は σ_e から急激に増大して σ_m を通過して最大値1に達し, それとともに車輪の回転がまず停止する。そしてそれとほとんど同時に車の前進も停止する。したがってこの場合には制動運動中すべり比 σ は一定値 σ_e の値をとるとしても差支えがない。

すなわち近似解析解における仮定(ii)は妥当な仮定と考えられる。

(b) 制動トルクが過大で, σ_e が存在しない場合 ($T_0 > T_c$)

数値解で $T_0 = 350 \text{ kg}\cdot\text{m}$ の場合がこれに相当する。このときすべり比は平衡点をもたず($\mu_e > \mu_m$), 制動走行中すべり比は次第に増大してゆき, やがて1に達し車輪の回転がまず停止する。それ以後は完全すべり状態(ロック制動)でなお走行がつづき, やがて前進が停止する。

ところですべり比のこれらの挙動は理論的に次のように説明することができよう。

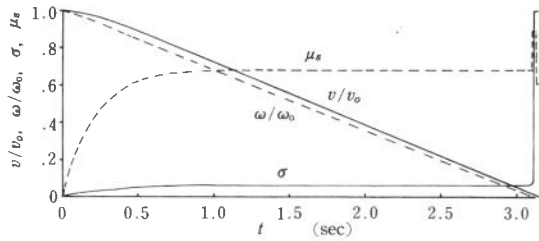
すべり比 $\sigma = 1 - r\omega/v$ の時間的変化率を調べてみよう。

$$\dot{\sigma} = (\dot{v}/v - \dot{\omega}/\omega) \cdot r\omega/v = [(1-\sigma)\dot{v} - r\dot{\omega}]/v$$

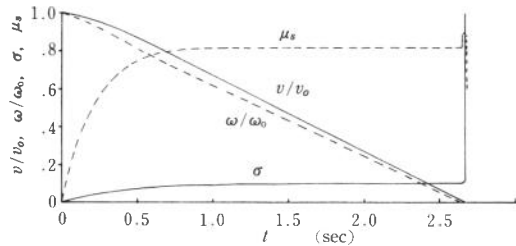
基礎方程式(10), (11)式を上式に代入する。ただし空気抵抗は無視し, また $T = T_0$ とする。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= [r(T_0 - \mu_s W r + \mu_r W r)/I - (1-\sigma)g\mu_s]/v \\ &= [1 - \frac{W + (1-\sigma)gI/r^2}{T_0/r + \mu_r W} \mu_s] \frac{r(T_0 + \mu_r W r)}{vI} \end{aligned}$$

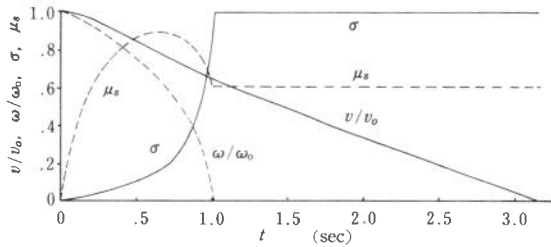
$$\therefore \dot{\sigma} = (1 - \mu_s/\mu_e)(T_0 + \mu_r W r)r/(vI) \quad (17)$$



(1) $T_0 : 250 \text{ kg}\cdot\text{m}$



(2) $T_0 : 300 \text{ kg}\cdot\text{m}$



(3) $T_0 : 350 \text{ kg}\cdot\text{m}$

図11 制動運動における推移(数値解) 初速 $v_0 : 20 \text{ m/s}$

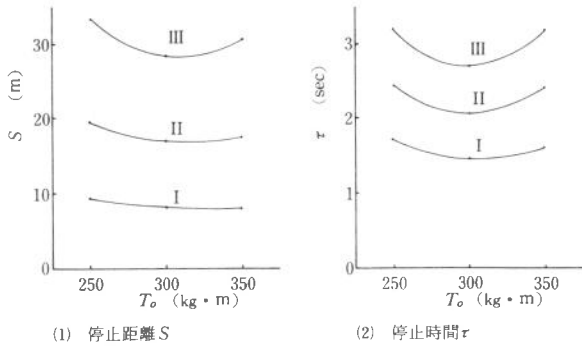


図12 制動トルク T_0 と停止距離 S , 停止時間 τ の関係
(制動運動: 数値解)

初速 v_0 (m/s): I (10), II (15), III (20)

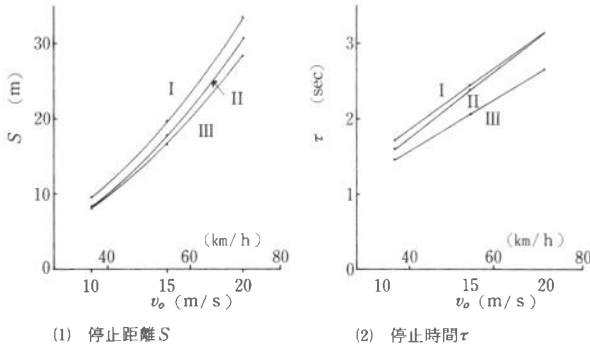


図13 初速 v_0 と停止距離 S , 停止時間 τ の関係
(制動運動: 数値解)

制動トルク T_0 (kg·m): I (250), II (300), III (350)

σ の全域にわたり $\mu_s < \mu_e$ したがって $\dot{\sigma} > 0$ 故に σ は一方的に増大してゆく。
すなわちこの場合 σ の平衡点は存在しない。

5 あとがき

加速発進および制動停止の両運動における車の力学的挙動を簡単な力学モデルにもとづいて理論的に調べてみた。これらの運動においてタイヤと路面の間のすべりが大きな役割りを果しているが、その推移状況は数値解法によってある程度推知することができることが分った。比較的簡単なモデルによって調べたにもかかわらずすべりの挙動は相当複雑であり、したがって特殊目的でなければモデルをさらに複雑化することはかえって情報を混乱させることになる。

参考文献

1) 酒井: ゴムの摩擦とタイヤ特性, 自動車技術, Vol.21, No.7, 1967

この式を用いてすべり比 σ の挙動を知ることができる。すなわち

(i) $\mu_e < \mu_m$ の場合

図2において μ_e に対応する σ の値を σ_e, σ_e' ($\sigma_e < \sigma_e'$) とすると, 上式より

$0 < \sigma < \sigma_e$ では $\mu_s < \mu_e$ したがって $\dot{\sigma} > 0$ 故に σ は増大して σ_e に接近する。

$\sigma_e < \sigma < \sigma_e'$ では $\mu_s > \mu_e$ したがって $\dot{\sigma} < 0$ 故に σ は減少して σ_e に接近する。

$\sigma_e' < \sigma < 1$ では $\mu_s < \mu_e$ したがって $\dot{\sigma} > 0$ 故に σ は増大して1に向かう。

すなわち σ_e は σ の安定な平衡点であり, $0 < \sigma < \sigma_e'$ の範囲では σ_e を平衡点とする復原運動がみられる。また σ_e' は不安定な平衡点であり, σ が一度この点を越えると復原性を失って一方的に増大して1の値に達する。

(ii) $\mu_e > \mu_m$ の場合

制動トルクが過大のときで, このとき(17)式より

- 2) 青木：ブレーキ試験，自動車技術，Vol.22, No.9, 1968
- 3) R.W.Murphy：A Procedure for Evaluating Vehicle Braking Performance, HSRI Report No.71-127, Oct, 1971
- 4) 西谷：ブレーキ装置の試験と計測法，自動車技術，Vol.26, No.10, 1972
- 5) 市村：乗用車の空力特性，自動車技術，Vol.30, No.8, 1976
- 6) 加来：氷結路面上の車の運動と道路，自動車技術，Vol.30, No.8, 1976
- 7) 酒井：タイヤの力学(1)，自動車技術，Vol.30, No.10, 1976
- 8) 中村ほか：制動力配分に関する一考察，自動車技術，Vol.31, No.3, 1977
- 9) 市原，小野田：タイヤの摩耗とすべり摩擦係数，自動車技術，Vol.33, No.11, 1979
- 10) 檀野：ウェット路面におけるタイヤの特性，自動車技術，Vol.34, No.3, 1980
- 11) 近藤：基礎自動車工学，養賢堂，昭43
- 12) 下田：自動車工学，共立出版，昭50
- 13) 自動車技術会編：自動車工学便覧第1編第5章，昭54