

# 二次元セルオートマトン交通模型における 渋滞に及ぼす速度異方性の影響

— 進行する車数の異なるモデル —

及川浩和・福井 稔

## 1 要 旨

オートマトンとは、本来は自動人形の意味で、意志を持たず、過去及び現在に受けた刺激だけで行動が決定される自動機械の事で、セルオートマトン (CA) では、取り扱うシステムは離散的格子点で構成されていて、各格子点の取りうる値は有限個であり、同一の決定論的な規則にしたがって、離散的に時間発展させられるというような特性を備えている<sup>(1)</sup>。この離散性のためCAモデルは計算機にもなじみ、交通流の問題に適用された。Wolfram は、高速道路のモデルとして一次元CAモデルを提案し<sup>(2)</sup>、Biham らは、都市の道路を二次元の格子状のCAモデルで取り扱った<sup>(3)</sup>。これらのモデルは、その簡潔さにも関わらず、高密度で渋滞への相転移を表す事ができた事もあって、その後、これらのモデルを交通事情の多様性に合わせた多様なモデルへと拡張された<sup>(4)(5)</sup>。前回、東西と南北方向へ進行する車の速度が異なる場合の二次元交通模型における渋滞に及ぼす速度異方性の影響を調べた。すなわち、二次元のCAモデルにおいて、上方向に移動する車の速度が一定で、右方向に移動する車の速度がより高速で進行する異方的速度二次元モデルのシミュレーションを行い、新しく **one-sided blocking phase**, **mutual blocking phase** を見だし、**jam phase** の存在を確認している<sup>(12)</sup>。今回は、同じく異方的速度二次元モデルにおいて、上方向に移動する車と右方向に移動する車の車数の比率が異なる場合の渋滞に及ぼす速度異方性の影響をシミュレーションして比較した。

## 2 異方的速度異方的密度二次元モデル

ここで扱うモデルは Biham モデルの拡張である。すなわち、Biham モデルは、ある1つのサイトに車が存在しないか、または、上方向に移動する車があるか、右方向に移動する車があるかの3つの状態のいずれかとなる、いわゆる二次元3状態のCAモデルであり、車の速度も車の密度も東西と南北方向で同じである。ここで取り扱うモデルでは、車の速度、密度の両方について異なる場合を考えている。車の速度は1タイムステップに前進できる格子数で定義する。上方向に移動できる車の最高速度  $V_{mu}$  (**u:upward**) を1(1タイムステップに対して1格子移動)に固定して、右方向に移動できる車の最高速度  $V_{mr}$  (**r:rightward**) を2の場合、3の場合、4の場合(1タイムステップに対して最大移動格子数)をそれぞれ取り扱う。上方向に移動する車と右方向に

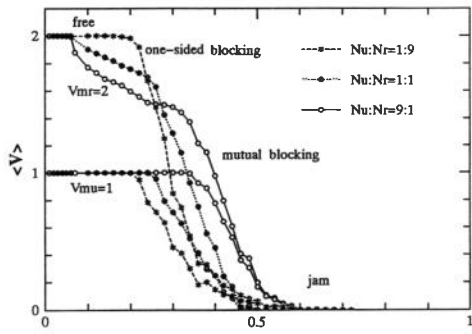


図 1

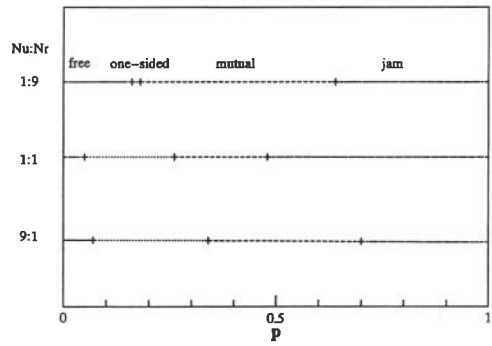
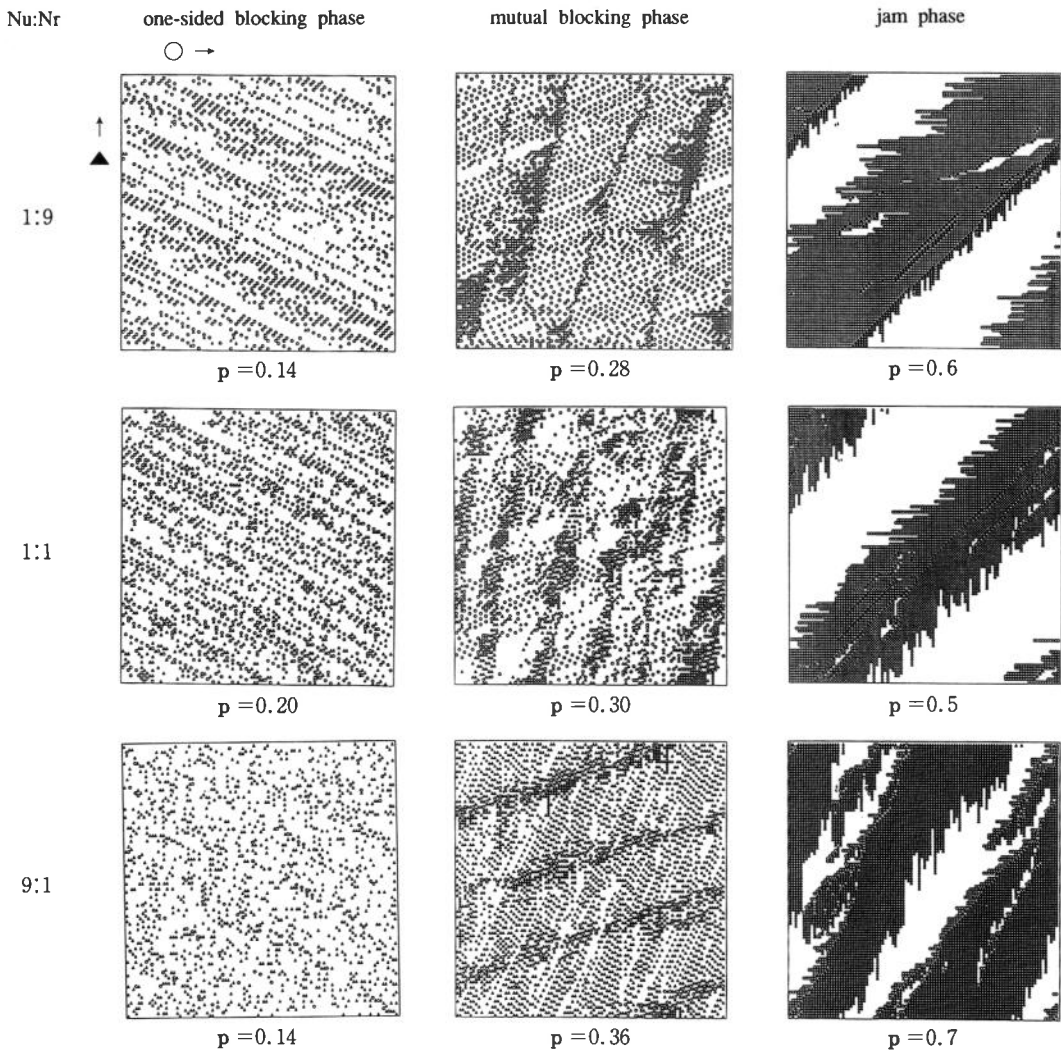


図 2



▲は上方向へ移動する車で、○は右方向へ移動する車を表している。

図 3

移動する車の移動車数の比率を,  $N_u : N_r = 1 : 9, 2 : 8, 3 : 7, \dots, 9 : 1$ と変えて平均速度を求める。上方向の平均速度  $\langle V_{iu} \rangle$  は  $\langle V_{iu} \rangle = (1 \times N_{iu}) / N_u$ , ( $N_{iu}$ :上方向へ1ステップ移動した車の数,  $N_u$ :上方向へ移動する車の総数)で表し, 右方向の平均速度  $\langle V_{ir} \rangle$  は  $\langle V_{ir} \rangle = (\sum i \times N_{ir}) / N_r$ , ( $N_{ir}$ :右方向へ*i*ステップ移動した車の数,  $N_r$ :右方向へ移動する車の総数)で表す。密度  $p$  は,  $p = (N_u + N_r) / L^2 = p_u + p_r$ , ( $L$ :格子の大きさ,  $p_u$ :上方向に移動する車の密度,  $p_r$ :右方向に移動する車の密度)で表す。状態の更新は, 最初に二次元正方格子点 (100×100) に, 上方向に移動する車と右方向に移動する車をランダムに配置する。系全体には交通信号があり, 先ず上方向に移動する車が一斉に進行し, 次に右方向に移動する車が一斉に進行する過程を繰り返す。格子の各行各列には, 周期境界条件を取り入れている。タイムステップは最大10000ステップで, 初期配置の異なる10モデルでシミュレーションを行った。

### 3 シミュレーションの結果

$V_{mu} = 1, V_{mr} = 2$ における, 移動車数の比率が  $N_u : N_r = 1 : 9, 1 : 1, 9 : 1$ の場合の平均速度と密度との関係を表すグラフを図1に示す。\*印は  $N_u : N_r = 1 : 9$ , ●印は  $N_u : N_r = 1 : 1$ , ○印は  $N_u : N_r = 9 : 1$ である。相は4相あり, 車の密度が最も低い相は, 上方向に移動する車と右方向に移動する車が共に最高速度で移動する相 (free phase) である。2つ目に高速車が低速車から影響を受けるために  $V_r$  が低下し, 低速車の速度自身は  $V_u = 1$  で一定である相 (one-sided blocking phase) がある。3つ目に上方向に移動する車と右方向に移動する車が互いに妨害を起すために,  $V_r$  と  $V_u$  が共に低下し始める相 (mutual blocking phase) がある。4つ目に渋滞を起し完全に停止する相 (jam phase) がある。移動車数の比率別に各相における相転移密度を図2に示す。  $N_u : N_r = 1 : 9$ , つまり低速車 (上方向) の移動車数が少ない場合, 低速車から影響を受ける one-sided blocking phase の密度間隔が極端に短くなり, すぐに mutual blocking phase へ相転移する。こうした相転移密度の変化は  $V_{mr} = 3, V_{mr} = 4$  の場合も同様にかかる。

$V_{mu} = 1, V_{mr} = 2$  における特徴的なセル図を図3に示す。セル図の▲は上方向へ移動する車で, ○は右方向へ移動する車を表している。one-sided blocking phase ではセル図に右下がり

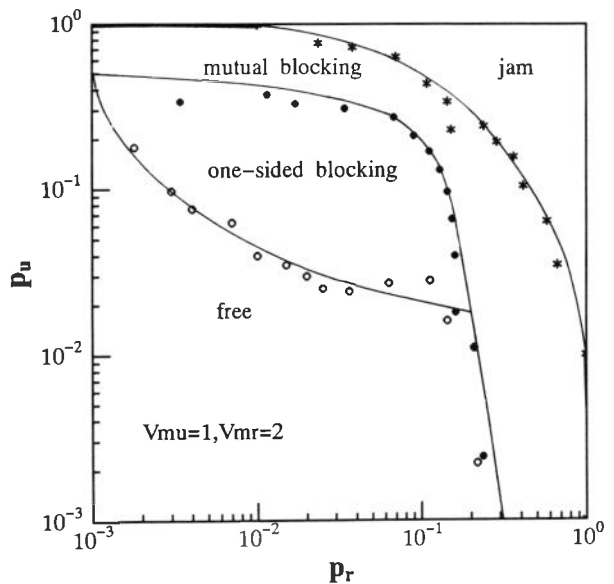


図4

の縞が現れる。また、**mutual blocking phase** では右上がりの帯が現れる。**jam phase** では、渋滞を起こし完全に停止状態となる。このセル図の特徴的な3つのパターンは、 $V_{mr} = 3$ ,  $V_{mr} = 4$  においても同様に存在する。

密度に関して  $V_{mu} = 1$ ,  $V_{mr} = 2$  の場合の相図を図4に示す。 $p_u$  は上方向に移動する車の密度、 $p_r$  は右方向に移動する車の密度で、共に対数のグラフにとっている。移動車数異方性のモデルでは **free phase**, **mutual blocking phase**, **jam phase** はどの密度においても存在するが、**one-sided blocking phase** は低速車が高速車を妨害して起こるもので、低速車の車数が極端に少ない場合は存在しなくなる事を示している。ところで、片方の車が全くないとき ( $N_u = 0$  または  $N_r = 0$ ) は、Wolfram の一次元 CA モデルに当たるから、**free phase** から **mutual blocking phase** への相転移密度  $p_c$  は、それぞれ  $p_c = 1/2$ ,  $p_c = 1/3$  へと漸近する。また、**one-sided blocking phase** と **free phase** の間の相転移の曲線は、 $V_{mr} = 2, 3, 4$  と高速車の最高速度が大きくなるにつれて、 $p_u$  の低密度側へシフトして **one-sided blocking phase** の範囲が広がる事がわかった。

#### 4 ま と め

異方的速度異方的密度二次元モデルでは、**free phase**, **mutual blocking phase**, **jam phase** はどの密度においても存在するが、**one-sided blocking phase** は、低速車密度が極端に低密度の場合、存在しなくなる。また、**one-sided blocking phase** と **free phase** 間の相転移の曲線は、 $V_{mr} = 2, 3, 4$  と高速車の最高速度が大きくなるにつれて、 $p_u$  の低密度側へシフトして、**one-sided blocking phase** の範囲が広がる。

#### 参 考 文 献

1. 高安 秀樹：フラクタル（朝倉書店 1986）
2. S.Wolfram: Rev.Mod.Phys.55 601(1983)
3. O.Biham,A.A.Middlton and D.Levine:Phys.Rev.A46 6124(1992)
4. K.Nagel and M.Schreckenberg:J.Phys.I France 2 2221(1992)
5. T.Nagatani:J.Phys.Soc.Jpn 63 52 (1994)
6. T.Nagatani:J.Phys.Soc.Jpn 63 2882 (1994)
7. S.Yukawa,M.Kikuchi and S.Tadaki:J.Phys.Soc.Jpn 63 3609 (1994)
8. S.Tadaki and M.Kikuchi:Phys.Rev.E50 No.6
9. M.Fukui and Y.Ishibashi:J.Phys.Soc.Jpn.62 3841(1993)
10. Y.Ishibashi and M.Fukui:J.Phys.Soc.Jpn.63 2882(1994)
11. M.Fukui, H.Oikawa and Y.Ishibashi:J.Phys.Soc.Jpn.65 2514(1996)
12. 及川 浩和, 福井 稔：中日本自動車短期大学論叢 第26号 39 (1995)