

ショックアブソーバの低周波数域シミュレーションについて

宮部道夫 阿知波重春

1. はじめに

良路の乗心地に悪影響を及ぼす因子の中に、ショックアブソーバに内在する摩擦がある。これは低周波数域で相対的に顕著になる。ここでは実験の伝達率を基に摩擦のモデル化と評価を行う。

2. ショックアブソーバの特性近似と等価線形化

2. 1 記号

次のように記号を定め、図 2-1 の減衰力特性を図 2-2 の形にシミュレートする。減衰力特性が低速域から変化する点のピストン速度を閾値と呼ぶことにする。

- | | |
|---|--|
| a: 圧縮側閾値, m/s | c_c : 同臨界減衰係数, Ns/m |
| b: 伸び側閾値, m/s | c_e : 等価粘性減衰係数, Ns/m |
| c_0 : 圧縮側 Coulomb 摩擦, N | f: 加振周波数, Hz |
| d_0 : 伸び側 " | k: サスペンションばね定数, N/m |
| c_1 : 圧縮側減衰力直線勾配, Ns/m | R_z : システム定常作動中のピストン速度振幅, m/s |
| d_1 : 伸び側 " | u: ピストン変位, m |
| c_2 : 圧縮側減衰力 2 乗特性係数, Ns ² /m ² | v: システムへの入力変位, m |
| d_2 : 伸び側 " | w: 減衰器が 1 サイクルに消費するエネルギー, J |
| g: 圧縮側閾外減衰力直線勾配, Ns/m | x: ばね上振動変位, m |
| h: 伸び側 " | y: ショックアブソーバの出す減衰力, N |
| | z: 同ピストン速度, m/s |
| A_0 : 減衰力曲線の Fourier 級数展開初項, N | |
| A_1 : 同余弦基本波の係数, N | κ : ショックアブソーバ特性の非線形々状から決まるゲイン, $\frac{Ns}{m}$ |
| B_1 : 同正弦 " | κ' : システム定常作動中のショックアブソーバゲイン, $\frac{Ns}{m}$ |
| A_v : システムへの入力変位振幅, m | ξ : 減衰係数比% c_c , $\frac{\kappa}{2\sqrt{mk}}$ |
| A_z : ピストン速度入力振幅, m/s | ϕ_1 : z が閾値 a を越える時の入力位相角, rad |
| c: 線形ダンパ粘性減衰係数, Ns/m | |

ϕ_2 : 同一 b を下へ越える時の入力位相角, rad ω : 入力加振角振動数, rad/s
 ϕ_z : ピストン速度の、対 v 位相差, rad ω_0 : システムの固有振動数, $\sqrt{\frac{k}{m}}$, rad/s

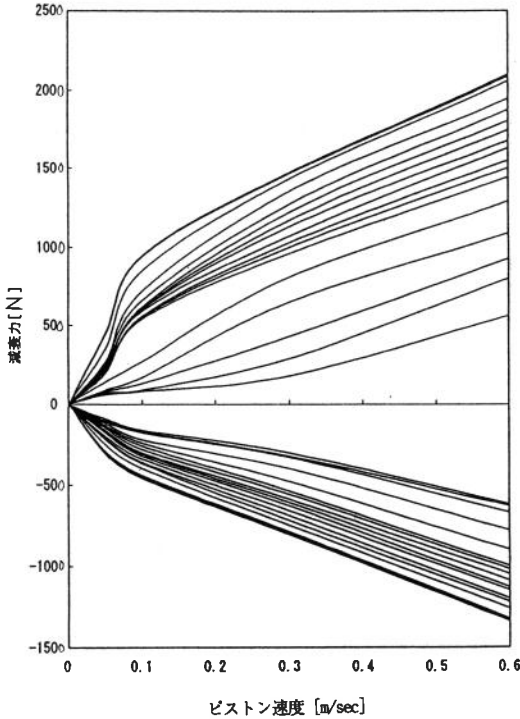


図 2-1

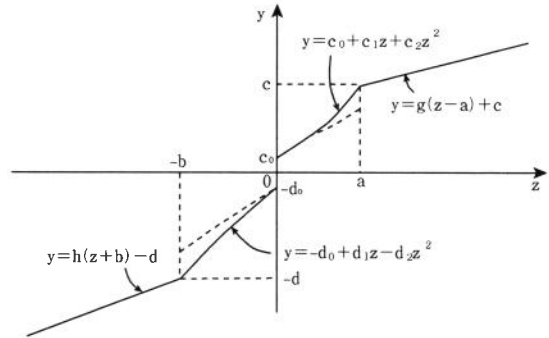


図 2-2

2. 2 ショックアブソーバ特性の表式

ピストン速度入力 $z(t)$ と出力減衰力 $y(t)$ を次の形に置く。

$$z(t) = A_z \sin \omega t \tag{2 \cdot 1}$$

閾値の位相角 ϕ_1, ϕ_2 は

$$\phi_1 = \sin^{-1} \frac{a}{A_z} \tag{2 \cdot 2}$$

$$\phi_2 = \sin^{-1} \frac{b}{A_z} \tag{2 \cdot 3}$$

と表して、減衰力 y を入力位相角 ωt に対して次のように表す。

$0 \sim \phi_1$: $y = c_0 + c_1 A_z \sin \omega t + c_2 A_z^2 \sin^2 \omega t$	} (2 \cdot 4)
$\phi_1 \sim \pi - \phi_1$: $y = g(A_z \sin \omega t - a) + c$ $c \triangleq c_0 + c_1 a + c_2 a^2$	
$\pi - \phi_1 \sim \pi$: $y = c_0 + c_1 A_z \sin \omega t + c_2 A_z^2 \sin^2 \omega t$	
$\pi \sim \pi + \phi_2$: $y = -d_0 + d_1 A_z \sin \omega t - d_2 A_z^2 \sin^2 \omega t$	
$\pi + \phi_2 \sim 2\pi - \phi_2$: $y = h(A_z \sin \omega t + b) - d$ $d \triangleq d_0 + d_1 b + d_2 b^2$	

$$2\pi - \phi_2 \sim 2\pi \quad ; \quad y = -d_0 + d_1 A_z \sin \omega t - d_2 A_z^2 \sin^2 \omega t \quad]$$

2. 3 等価線形化

出力 $y(t)$ を Fourier 級数に展開し、その基本波で次式のように近似する。

$$y(t) = \frac{1}{2} A_0 + A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \quad (2 \cdot 5)$$

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) d(\omega t) \quad (2 \cdot 6)$$

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos \omega t d(\omega t) \quad (2 \cdot 7)$$

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin \omega t d(\omega t) \quad (2 \cdot 8)$$

(2・4) により上の各係数は次のように求まる。

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \left\{ (2c_0 + c_2 A_z^2) \phi_1 - (2d_0 + d_2 A_z^2) \phi_2 \right. \\ \left. + 2c_1 A_z (1 - \cos \phi_1) - 2d_1 A_z (1 - \cos \phi_2) - \frac{1}{2} c_2 A_z^2 \sin 2\phi_1 + \frac{1}{2} d_2 A_z^2 \sin 2\phi_2 \right. \\ \left. + 2g A_z \cos \phi_1 - 2h A_z \cos \phi_2 - (ga - c)(\pi - 2\phi_1) + (hb - d)(\pi - 2\phi_2) \right\} \quad (2 \cdot 9)$$

$$A_1 = 0 \quad (2 \cdot 10)$$

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \left\{ 2c_0 (1 - \cos \phi_1) + 2d_0 (1 - \cos \phi_2) \right. \\ \left. + c_1 A_z \left(\phi_1 - \frac{1}{2} \sin 2\phi_1 \right) + d_1 A_z \left(\phi_2 - \frac{1}{2} \sin 2\phi_2 \right) \right. \\ \left. + c_2 A_z^2 \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2} \cos \phi_1 + \frac{1}{6} \cos 3\phi_1 \right) + d_2 A_z^2 \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2} \cos \phi_2 + \frac{1}{6} \cos 3\phi_2 \right) \right. \\ \left. + g A_z \left(\frac{\pi}{2} - \phi_1 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_1 \right) + h A_z \left(\frac{\pi}{2} - \phi_2 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_2 \right) \right. \\ \left. + 2(-ga + c) \cos \phi_1 + 2(-hb + d) \cos \phi_2 \right\} \quad (2 \cdot 11)$$

ここで ϕ_i , $i = 1, 2$ は、 A_z が閾値 a , b の何れか一方、又は両方を越えないときは、その越えない側の ϕ_i を、次のように置く。

$$\phi_1 = \frac{\pi}{2} \quad (2 \cdot 12)$$

以上より減衰力 $y(t)$ 及びショックアブソーバのゲイン $\kappa(A_z)$ は次式で表される。

$$y(t) = \frac{1}{2} A_0(A_z) + B_1(A_z) \sin \omega t \quad (2 \cdot 13)$$

$$\kappa(A_z) = \frac{B_1(A_z)}{A_z} \quad (2 \cdot 14)$$

3 振動系

3.1 全体の系

等価線形化を行った後のシステムは図3-1のように表される。

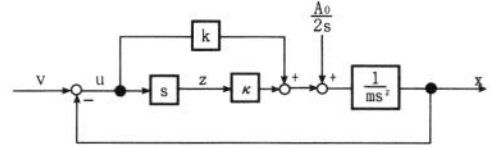


図3-1

これより次式を導く。

$$u = \frac{ms^2}{ms^2 + \kappa s + k} v - \frac{1}{ms^2 + \kappa s + k} \frac{A_0}{2s} \quad (3 \cdot 1)$$

$$z = su = \frac{ms^3}{ms^2 + \kappa s + k} v - \frac{1}{ms^2 + \kappa s + k} \frac{A_0}{2} \quad (3 \cdot 2)$$

$$x = \frac{\kappa s + k}{ms^2 + \kappa s + k} v + \frac{1}{ms^2 + \kappa s + k} \frac{A_0}{2s} \quad (3 \cdot 3)$$

3.2 ピストン速度入力Zの応答

(3・2)においてvを含む項 z_v と $\frac{A_0}{2}$ を含む項 z_0 に分け、

$$z(s) \triangleq z_v(s) + z_0(s) \quad (3 \cdot 4)$$

$$z_0(t) = L^{-1} [z_0(s)] = \frac{A_0}{2m} \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0} e^{-\xi \omega_0 t} \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 t), \quad 0 < \xi < 1 \quad (3 \cdot 5)$$

$$z(t) = 0 \quad (3 \cdot 6)$$

周波数応答では(3・2)より

$$v(j\omega) \triangleq A_v e^{j\omega t} \quad (3 \cdot 7)$$

$$z(j\omega) \triangleq A_z e^{j(\omega t + \phi_z)} \quad (3 \cdot 8)$$

$$\frac{A_z}{A_v} e^{j\phi_z} = \frac{m\omega^3}{\sqrt{(-m\omega^2 + k)^2 + (\kappa\omega)^2}} e^{j(-\frac{\pi}{2} - \phi_R)} \triangleq R_z e^{j(-\frac{\pi}{2} - \phi_R)} \quad (3 \cdot 9)$$

ここで

$$R_z = \frac{m\omega^3}{\sqrt{(-m\omega^2 + k)^2 + (\kappa\omega)^2}} = \frac{A_z}{A_v} \quad (3 \cdot 10)$$

$$\phi_R \triangleq \tan^{-1} \frac{\kappa\omega}{-m\omega^2 + k} \quad (3 \cdot 11)$$

$$\phi_z = -\frac{\pi}{2} - \phi_R \quad (3 \cdot 12)$$

としてピストン速度入力 $z(j\omega)$ の周波数応答が与えられる。

3.3 ショックアブソーバのゲイン $\kappa(A_z)$

(3.10)はショックアブソーバのゲイン κ を既知として固定した場合、システムとしてピストン速度の変位振幅伝達率 R_z を与える式である。式中の $\kappa(A_z, A_v, \omega)$ を、減衰力特性の非線形形状と A_z より決まる(2・14)の $\kappa(A_z)$ から一先ず区別し、かつ A_v, ω を指定して $\kappa'(A_z)$ と表せば、

$$\kappa'(A_z) = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{A_v m \omega^3}{A_z}\right)^2 - (-m\omega^2 + k)^2} \quad (3 \cdot 13)$$

これと $\kappa(A_z)$ とは本来等しいものだから、 A_z による繰り返し計算を行い、

$$\kappa'(A_z) \doteq \kappa(A_z) \quad (3 \cdot 14)$$

となる A_z を求めて x を確定する。

3. 4 ばね上変位 x の応答

(3.3)において v を含む項 x_v と $\frac{A_0}{2}$ を含む項 x_0 に分け、

$$x(s) \triangleq x_v(s) + x_0(s) \tag{3.15}$$

$$x_0(t) = L^{-1}\{x_0(s)\} = \frac{A_0}{2m} \left\{ -\frac{1}{\omega_0^2} e^{-\xi\omega_0 t} \cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}\omega_0^2} e^{-\xi\omega_0 t} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t) + \frac{1}{\omega_0^2} \right\}, \quad 0 < \xi < 1 \tag{3.16}$$

これより

$$x_0(t) \underset{t \rightarrow \infty}{=} \frac{1}{k} \frac{A_0}{2} \tag{3.17}$$

周波数応答は

$$x(j\omega) \triangleq A_x e^{j(\omega t + \varphi_x)} = \frac{\sqrt{k^2 + (\kappa\omega)^2}}{\sqrt{(-m\omega^2 + k)^2 + (\kappa\omega)^2}} A_v e^{j(\omega t + \varphi_0 - \varphi_R)} + \frac{A_0}{2k} \tag{3.18}$$

$$\varphi_0 = \tan^{-1} \frac{\kappa\omega}{k} \tag{3.19}$$

$$\varphi_x = \varphi_0 - \varphi_R = \tan^{-1} \frac{\kappa\omega}{k} - \tan^{-1} \frac{\kappa\omega}{-m\omega^2 + k} \tag{3.20}$$

として求める。

4 実験とシミュレーション

実験とシミュレーション結果を示す。

図2-1に基づいて想定する各種シミュレーションの計算諸元を表4-1に掲げる。

質量 m 、ばね定数 k は実験の都合で設定したので、固有振動数 f_n 、減衰係数比 $\%c_c$ は実車よりかなり高くなっている。

以下ソフトモードについて見る。

表4-1 質量 m : 140kg, 試験用ばね定数 k : 22457 % 入力変位振幅 A_v : 0.01m

	a $\frac{m}{\%}$	b $\frac{m}{\%}$	c_0 N	d_0 N	$c_1 \frac{Ns}{m}$	$d_1 \frac{Ns}{m}$	$c_2 \frac{Ns^2}{m^2}$	$d_2 \frac{Ns^2}{m^2}$	g $\frac{Ns}{m}$	h $\frac{Ns}{m}$	閾内特性
ソフトモード											
図4-1, 図4-2	0.07	0.08	0	0	0	0	26105	13324	648.8	242.2	Q
図4-3, 図4-4	↑	↑	0	0	1827	1066	0	0	↑	↑	L
図4-5, 図4-6	↑	↑	21.32	21.32	1523	799.5	2175	1666	↑	↑	Q+L+F ₁
図4-7, 図4-8	↑	↑	↑	42.64	↑	533.0	0	0	↑	↑	Q+L+F ₂
ハードモード											
図4-9	↑	↑	0	0	0	0	73963	129911	↑	↑	Q
図4-10	↑	↑	21.32	21.32	4873	9060	0	13324	↑	↑	Q+L+F ₂

注 F : Coulomb 摩擦力, L : 速度比例形減衰力, Q : 速度2乗形減衰力

1) 閾内速度2乗特性

ピストン速度が低くオリフィス弁の作動域で減衰力が速度2乗特性に従うとする。この場合図

2-2において $c_0=d_0=c_1=d_1=0$ である。このとき $\kappa(A_z)$ は図4-1のようになり、ばね上振幅伝達率 $\frac{A_x}{A_v}$ はソフトモードの場合固有振動数 f_n より低い域で計算値の方が高い。即ちこの域で減衰力の想定が低過ぎることを示す。

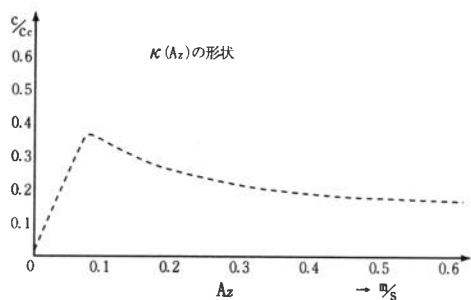


図4-1

2) 閾内速度比例特性

図2-1の実態に則して閾内を速度比例形にした場合、 $\kappa(A_z)$ 特性を図4-3に示し、振幅伝達率を図4-4に示す。低周波数域で改善を見るが、未だ不十分である。

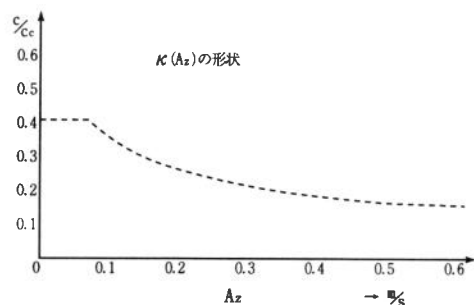


図4-3

3) Coulomb 摩擦付加特性 1

ショックアブソーバ内に Coulomb 摩擦を想定する。圧縮、伸びに各々21Nを置いた場合、 $\kappa(A_z)$ を図4-5に示す。理論的には(2・14)、(2・11)の形から $A_z \rightarrow 0$ で $\kappa(A_z) \rightarrow \infty$ となる。この場合の振幅伝達率を図4-6に示す。低周波数域も含め、適合性が非常に良くなっている。

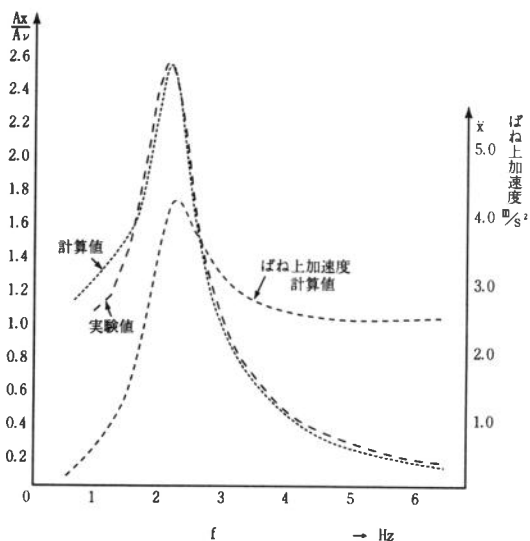


図4-2

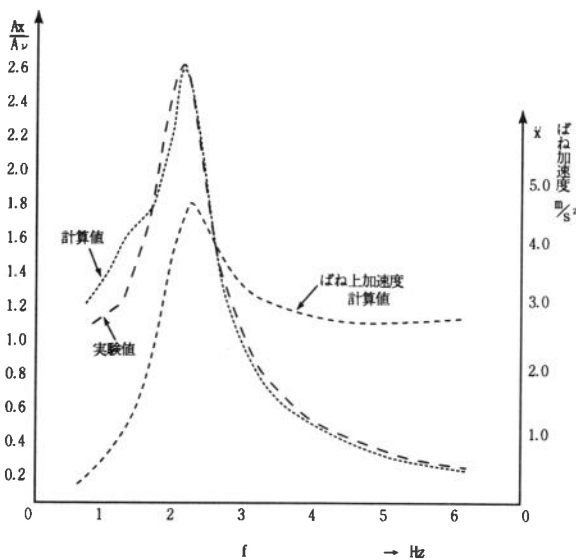


図4-4

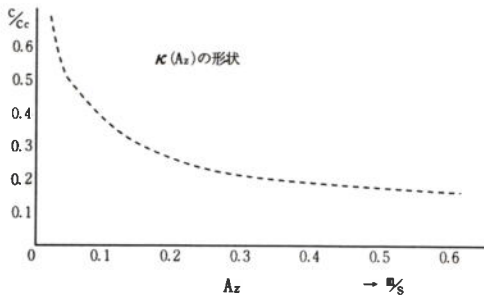


図 4-5

4) Coulomb 摩擦付加特性 2

図 2-1 から更に Coulomb 摩擦を圧縮側 21N, 伸び側 42N と想定した場合、 $\kappa(A_z)$ を図 4-7 に示し、振幅伝達率を図 4-8 に示す。実験全域に互り良い適合を示す。

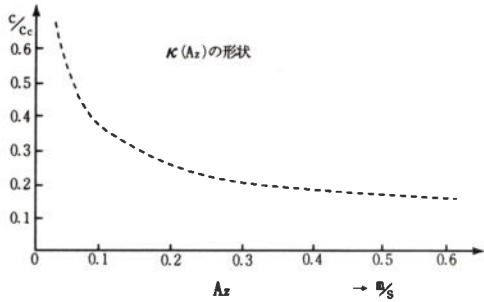


図 4-7

5) ハードモードの場合

同様のモデル推定を行った。即ち闕内 2 乗特性を図 4-9, 2 乗特性と速度比例及び Coulomb 摩擦を入れた特性を図 4-10 に示す。Coulomb 摩擦力の導入により、問題の低速域で実験値との適合も良くなっていることが分かる。

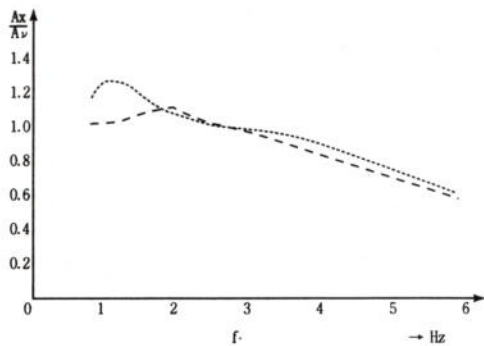


図 4-9

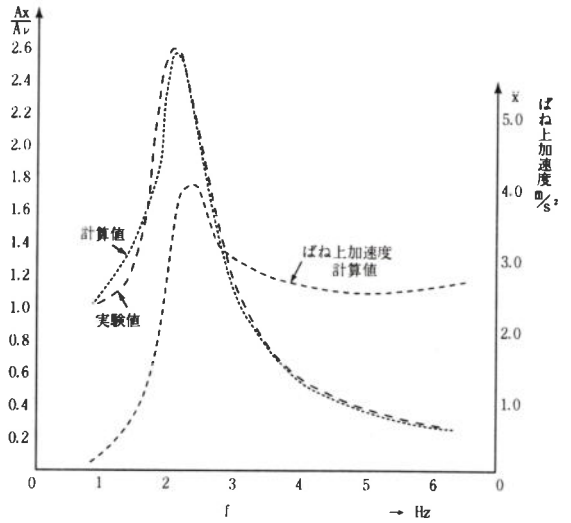


図 4-6

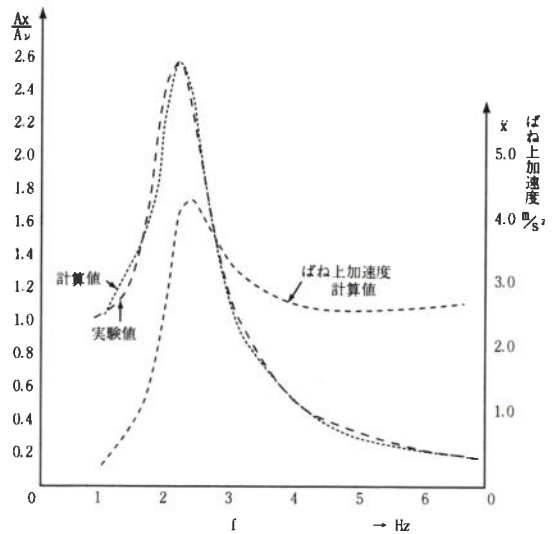


図 4-8

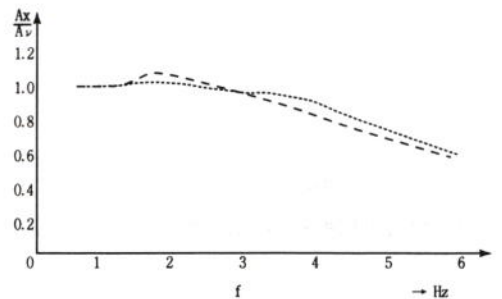


図 4-10

5 考 察

ショックアブソーバの低ピストン速度域(0.1~0.2%)は、実際面では小ストロークならば良路直進走行、大ストロークならば車線変更、急操舵、急加減速の走行状態が対応する。摩擦力は良路直進時には小さくても旋回など横力の増加により側圧が増し増加する。また単体の場合によりもサスペンションアセンブリとして組込んだ場合の方が大きくなり易い。

摩擦の影響は低速度時相対的に最も顕著に現れるから、このシミュレーションについて検討する。

1) 閾内抵抗力

オリフィス作動域で、リーフ弁作動域に入る前までの低流速域は、単に速度2乗特性では説明出来ない減衰力比 $\%c_c$ を持つ。

図5-1に、直流項を除いて実験で観測された入出力振幅比について推定した $\%c_c$ を示す。

等価粘性係数を c_e 、1サイクル当たりの損失エネルギーを w とすれば、

$$c_e = \frac{\omega W}{A_z^2 \pi} \tag{5 \cdot 1}$$

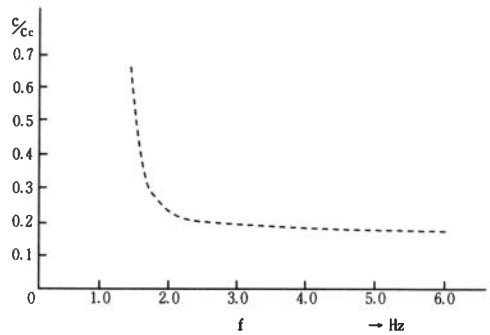


図5-1

入力振幅一定の場合、低周波数域即ち低流速域では、

$$\begin{aligned} c_e &= \frac{2\omega}{A_z^2 \pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ (c_0 + d_0) + (c_1 + d_1) A_z \cos \omega t + (c_2 + d_2) (A_z \cos \omega t)^2 \right\} A_z \cos \omega t dt \\ &= \frac{2}{\pi} (c_0 + d_0) \frac{1}{A_z} + \frac{1}{2} (c_1 + d_1) + \frac{4}{3\pi} (c_2 + d_2) A_z = \frac{B_1}{A_z} = \kappa (A_z) \end{aligned} \tag{5 \cdot 2}$$

よって各モデルと実験値について $\%c_c$ を対比すると、表5-1のようになる。

表5-1

閾内特性	速度2乗	速度比例	速度2乗+速度比例	実験値
$\%c_c$	$\frac{4}{3} \frac{(c_2 + d_2) A_z}{2\sqrt{mk} \pi}$	$\frac{1}{2} \frac{(c_1 + d_1)}{2\sqrt{mk}}$	$\frac{4}{3} \frac{(c_2 + d_2) A_z + \frac{1}{2} (c_1 + d_1)}{2\sqrt{mk} \pi}$	
例 (1.2Hz)	0.185	0.408	←(図2-1より $c_2 = d_2 = 0$)	1.065

このように2乗ないし比例モデルでは低速域の高い実験値を説明出来ない。

2) Coulomb 摩擦の導入

Coulomb 摩擦 c_0 、 d_0 を入れると閾内の $\%c_c$ は(2・14)、(2・11)より

$$\%c_c = \frac{1}{2\sqrt{mk} \pi} \left\{ \frac{2(c_0 + d_0)}{A_z} + \frac{\pi}{2} (c_1 + d_1) + \frac{4}{3} (c_2 + d_2) A_z \right\} \tag{5 \cdot 3}$$

となり、低速域で減衰係数比を大きくする。実際に図4-6、図4-8に見るように実験例とは

注目する全域で良く適合する。例えば図4-6の場合の事情を示すのが図5-2である。即ち加振周波数を下げてくるとピストン速度 A_z は f_n を過ぎて急減し、ショックアブソーバの出力 $A_z\kappa$ も急落する。しかし出力に占めるこのCoulomb摩擦力の割合 $\frac{c_0+d_0}{2A_z\kappa}$ は急激に上昇して、(5・3)括弧内第1項が大きくなり $\%c_0$ は急速に増加する。

この実験例では作動中の摩擦力は、Coulomb摩擦相当で両側21N辺であると推定できる。

摩擦をこのように理想的な形で入れると、これは(5・2)より $A_z \rightarrow 0$ で発散項となるので、次のような事態が生ずることに注意する。即ち(3・13)は本来等式であるから、

$$\kappa'(A_z) = \kappa(A_z) \tag{5.4}$$

とするとき、摩擦の有無に拘わらず解の存在する域は(3・13)より、

$$\frac{A_z}{A_v} < \frac{m\omega^3}{|-m\omega^2+k|} \tag{5.5}$$

が必要であるが、 c 、 d については

$$\frac{A_v m \omega^2}{\frac{2}{\pi}(c_0+d_0)} > 1 \tag{5.6}$$

が解存在のための条件となる。

作動状態においてCoulomb摩擦相等力を把握するにはピストン速度 A_z を正確に測定することが必要であり、これにより実働状態での $\kappa(A_z)$ を得、これと図2-2からの $\kappa(A_z)$ (2・14)を対比して c_0 、 d_0 を決めることが出来る。

6 終りに

ショックアブソーバの非線形性同定に関し、特に乗心地に影響の大きい摩擦力について実験解析を行った。低周波数域は車の運動性能的には問題の少ない所であるが、摩擦力が相対的に顕著になる。この域での周波数応答解析を通して、作動状態中のCoulomb摩擦相等力の評価を行った結果、実態とよく適合することが確かめられた。

この研究では供試品とその特性についてカヤバ工業株式会社自動車技術研究所の高瀬考次氏に大変お世話になった。また実験装置の治具設定、製作に関しては本学助教 西側通雄氏、教務系技術職員 遠山 壽氏のご協力を得た。この方々に深く感謝致します。

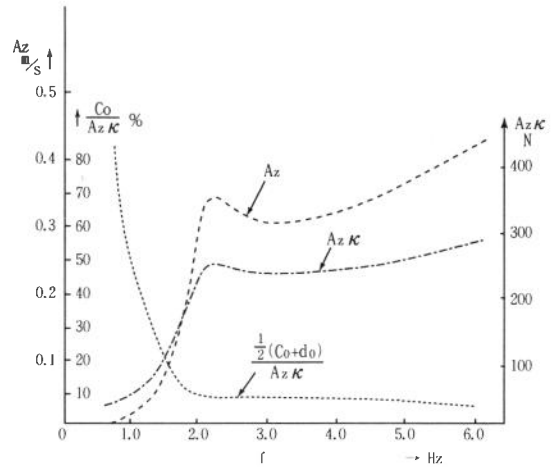


図5-2

参 考 文 献

- 榎木義一, 砂原善文; 自動制御工学II, 養覧堂, 1977
近藤次郎, ラプラス変換とその応用, 培風館, 1977
森口繁一, 宇田川銈久, 一松信; 岩波数学公式 I, II, 1987
谷口修(代表); 振動工学ハンドブック, 養覧堂, 1981
自動車技術会; 自動車技術ハンドブック②, 自動車技術会, 1991
宇野高明; 車両運動性能とシャシーメカニズム, グランプリ出版, 1994
原田宏編著; 自動車の制御技術, 朝倉書店, 1997
宮部道夫, 阿知波重春, ショックアブソーバ性能の一解析法, 中日本自動車短期大学論叢, 第27号 (1997)