

## 格子状道路における交通流の相図

及川 浩和・福井 稔

### 1. はじめに

交通流の研究には、実際の都市における交通渋滞の研究と理論モデルによる研究がある。前者は、実際の都市交通網を対象として長期的な交通需要予測のために時間単位の交通渋滞現象を研究するものである<sup>(1)</sup>。後者の理論的取扱いには(1)ミクロなモデル(最適速度追従モデル, セルオートマトンモデル(CA)), (2)分子運動論的モデル(ボルツマン方程式による記述), (3)マクロなモデル(流体力学的モデル)の3つに大別される。(1)のミクロなモデルには、個々の車両の挙動について一台の車の運動を微分方程式で表し、それらを連立させた連立微分方程式で記述したモデルによる研究がある<sup>(2)(3)</sup>。このモデルは「運転者は直前の車両の挙動に追従するように自分の車をコントロールする」というものであり追従モデルと呼ばれている。さらに最近では新しいタイプの追従モデル(最適速度追従理論)が坂東らによって提案され研究されている<sup>(4)</sup>。このモデルでは渋滞現象等の現実の状況がよく再現されている。これらの時間、空間ともに連続的なモデルとは別に、CAを用いて交通流理論をもとにしたシミュレーションにより渋滞現象の微視的時間変動を解析する研究も行われている。CAでは、空間は離散的格子点で構成されていて、各格子点での取りうる値は有限個であり、同一の決定論的な規則にしたがって離散的に時間的发展させられるという特性を備えている<sup>(5)</sup>。この離散性のためCAは計算機になじみ、いくつかの交通流の問題に使われている。その最も簡単なモデルは、Wolframのルール184と呼ばれる一次元CAモデルで、高速道路上で発生する渋滞を抽象化したモデルと考えられる。このモデルはその簡潔さにもかかわらず高密度側で渋滞への相転移を示す<sup>(6)</sup>。その後、車の速度を考慮したモデルや障害物を取り入れたモデルが一次元CAモデルで研究されている<sup>(7)</sup>。Bihamらは、都市交通網に発生する渋滞を抽象化したモデルとして二次元格子状のCAモデル(BMLモデル)を取り扱った<sup>(8)</sup>。その後、二次元格子状のCAモデルは交通事情に合わせて多様なモデルへと拡張された<sup>(9)-(12)</sup>。石橋らは、十字路における交通流の相図を研究し、相の平均速度を密度の関数で表し、5つの相の存在を示した<sup>(13)</sup>。本稿では、その拡張として二次元CAモデルにおける格子状道路モデルのシミュレーションを行い、十字路における交通流の相図との関連について論ずる。

## 2. 格子状道路モデル

ここで扱うモデルは、図1のように二次元正方格子点(100×100)上に、10格子点毎に格子状道路を作り、東西南北10本の道路が交差する道路を考える。その道路上に上方向に移動する車と右方向に移動する車を、各行毎の密度と各列毎の密度を等しくしてランダムに配置する。系全体には交通信号があり、状態の更新は、まず上方向に移動する車が一斉に進行し、次に右方向に移動する車が一斉に進行する過程を繰り返す。上方向に移動できる車の最高速度と右方向に移動できる車の最高速度は共に1である。モデルは、交差点では二次元3状態のCAモデルで、交差点と交差点の間の道路は一次元2状態のCAモデルである。格子の各行各列には、周期境界条件を取り入れている。

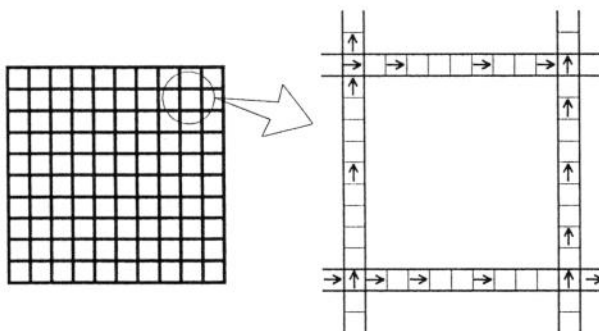


図1 格子状道路と車(矢印)

## 3. 結 果

図2は平均速度と密度との関係、図3は平均流量と密度との関係である。いずれも上方向に移動する車の密度 $p_u$ が上から $p_u=0.4$ ,  $p_u=0.5$ ,  $p_u=0.6$ で、 $p_r$ は右方向に移動する車の密度を示す。図2のグラフの▲印で示した $\langle V_u \rangle$ は上方向に移動する車の平均速度、○印で示した $\langle V_r \rangle$ は右方向に移動する車の平均速度である。図3のグラフの▲印で示した $\langle J_u \rangle$ は上方向に移動する車の平均流量、○印で示した $\langle J_r \rangle$ は右方向に移動する車の平均流量である。 $p_u=0.4$ ではI, II<sub>2</sub>, V, VI<sub>1</sub>, IVの5つの相がある。 $p_u=0.5$ ではII<sub>2</sub>, V, VII, IV<sub>1</sub>の4つの相がある。 $p_u=0.6$ ではIII<sub>2</sub>, II, V, VII, IV<sub>1</sub>の5つの相がある。同様にしていくつかの密度 $p_u$ におけるシミュレーションから調べた相図を図4に示す。格子状道路における相はI相からVIII相の8つの相が存在する。I相の平均速度は $(\langle V_r \rangle, \langle V_u \rangle) = (1, 1)$ のfree moving phaseである。V相の平均速度は $(\langle V_r \rangle, \langle V_u \rangle) = (1/3 p_r, 1/3 p_u)$ で平均流量 $\langle J_u \rangle$ と $\langle J_r \rangle$ が等しい相である。VI<sub>1</sub>相の平均速度はシミュレーション値から求めると $(\langle V_r \rangle, \langle V_u \rangle) = (0.91(1-p_r)/p_r, 0.91(1-p_r)/p_u)$  VI<sub>2</sub>相の平均速度は $(\langle V_r \rangle, \langle V_u \rangle) = (0.91(1-p_u)/p_r, 0.91(1-p_u)/p_u)$ となる。VIII相の平均速度は $(\langle V_r \rangle, \langle V_u \rangle) = (0, 0)$ で、密度が0.8以上の高密度で全体が完全に停止するglobal jam phaseが現れる。結論として各列毎の密度と各

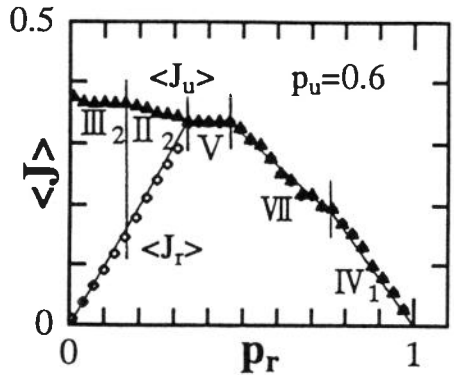
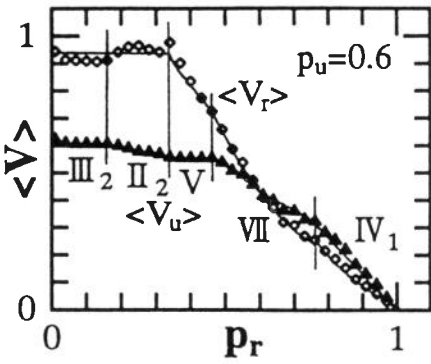
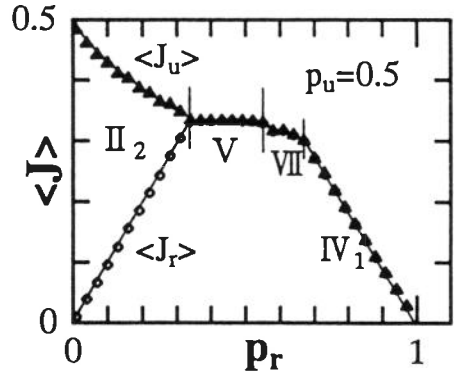
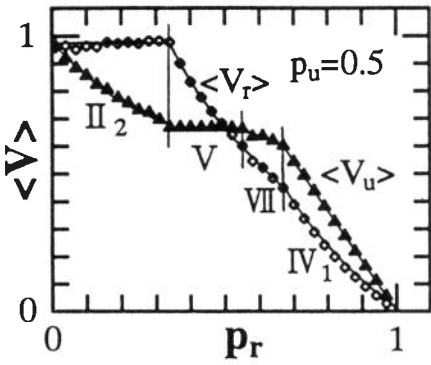
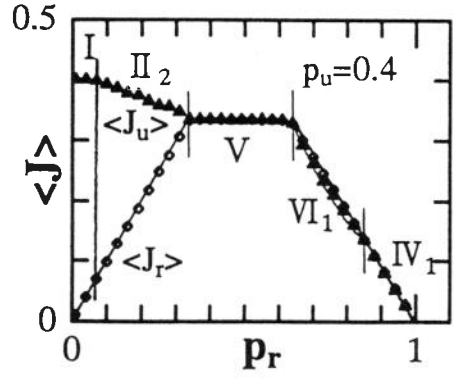
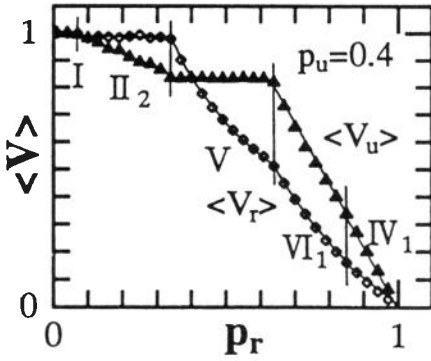


図2 平均速度と密度

図3 平均流量と密度

行毎の密度を等しくした格子状道路における相は、I相からVIII相の8つの相が存在する(図4)。この相図と比較するために十字路における交通流の相図<sup>(13)</sup>を図5に示す。格子状道路における交通流の相図(図4)は、十字路における交通流の相図(図5)のAがa, a'に分かれ、BがBとaとに、B'がB'とa'に、Cがc, c'にトポロジカルに分かれ変形したものと考えられる。本稿では、二次元正方格子点上に、10格子点毎に格子状道路を作り東西南北10本の道路が交差するモデルのみを扱っているが、格子数を2の場合、4の場合、5の場合と増加させて最終的にはBMLモデルまでに、相図の変化がどのように起こるかについての詳細な研究を現在行っている。

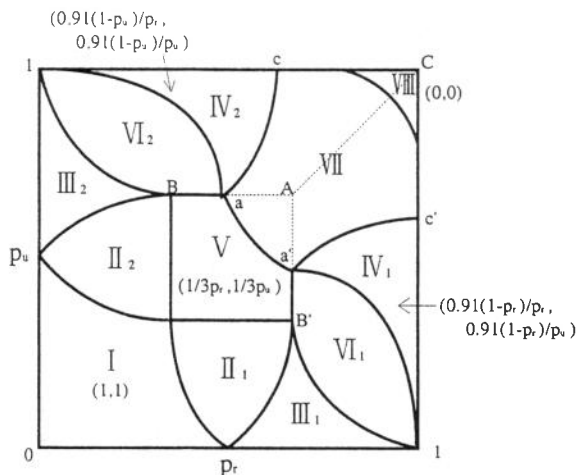


図4 格子状道路における交通流の相図

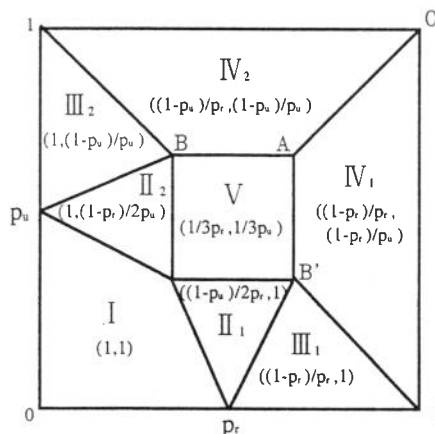


図5 十字路における交通流の相図

### 参考文献

1. 例えば谷口正明・大口敬：燃費推定モデルを用いた都市高速道路ネットワーク整備効果の試算：交通流シミュレーションシンポジウム講演集，中日本自動車短期大学交通流数理研究会（1995）
2. L. A. Pipes, J. Appl. Phys 24, (1953) 274
3. G. F. Newell, Opns. Res. 9, (1961) 209
4. M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, Y. Sugiyama: Japan. J. Indust. Appl. 11 (1994) 203
5. 高安秀樹：フラクタル 朝倉書店（1968）
6. S. Wolfram: Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 601
7. 例えばS. Yukawa, M. Kikuchi and S. Tadaki: J. Phys. Soc. Jpn. 63 (1994) 3609
8. O. Biham, A. A. Middleton and D. Levine: Phys. Rev. A 46 (1992) 6124
9. M. Fukui and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 3841
10. Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 63 (1994) 2882
11. T. Nagatani: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 1085.
12. M. Fukui and H. Oikawa: J. Phys. Soc. Jpn. 65 (1996) 2514
13. Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 65 (1996) 2793