

有限要素法による減衰振動の時間応答解析

加藤泰世

1. はじめに

減衰振動に関わる基礎事項は、自動車運動学で重要視される内容であり^{1), 2)}、また本学のモータースポーツエンジニアリング学科においては外部団体との連携によって、レース用マシンのダンパーの周波数特性に関する試験も演習科目のテーマとして定期的実施している³⁾。しかしながら、自動車整備士の資格取得やレーシング活動を主体とする本学のカリキュラムでは、振動解析を理解するための微分方程式やラプラス変換を用いた伝達関数の基礎事項を履修するための十分な余裕がなく、演習科目では実習車両を用いて振動応答の観察を行っているのが現状である。そのため、固有振動数や減衰係数の理解を深めることを目的とした振動解析は、新たな教材として有用であると考えられる。

振動解析は、伝達関数による周波数解析などがよく行われているが、本研究ではダンパーの強度解析などとの練成解析も可能な有限要素法による振動解析を試みた。まず、ダンパーとスプリングで構成される基本的なモデルによる減衰振動の解析を行うことで、時間応答でのダンパー係数依存性を確認し、次に車両振動モデルにて縁石乗り上げを想定した時間応答の解析を行った。なお、振動解析としては、周波数応答の解析が一般的ではあるが^{1), 2)}、ここでは手始めとして減衰の様子が観察しやすい時間応答を主体として行うこととした。

2. ダンパーとスプリングのモデルによる減衰振動解析

ここでは、図1に示すようなダンパーとスプリングによるモデルにて減衰振動を解析した結果について示す。これまでに、構造解析^{4), 5)}や熱伝導解析、また熱応力に伴う変形解析を行っているが⁶⁾、ここでの振動応答解析についてもこれまでと同様の算生会のソフト⁷⁾を使用した。スプリングについては既報⁴⁾にて解析結果を示しているが、本研究においてもほぼ同様の手法で作成したモデルに質量を与えるための錘を合成して図2に示すような3次元のモデルを作成した。同図a)はモデル全体であり、またb), c)はモデルを構成するスプリングと錘の部分をそれぞれ個別に示している。ダンパーはスプリングの上下両端面の中心を繋ぐように設けており、同図b)に太線で示している。ダンパーの両端が破線になっているが、理論上ダンパーのこれらの部分はスプリングの内部を通っていることを意味している。また、モデルを構成する座標系である

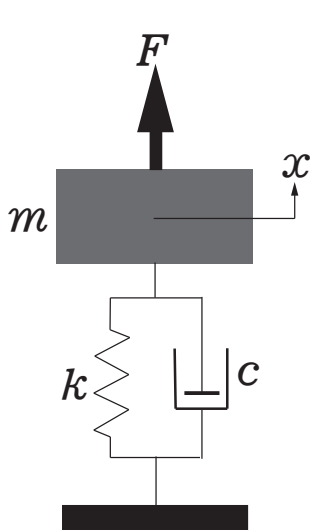
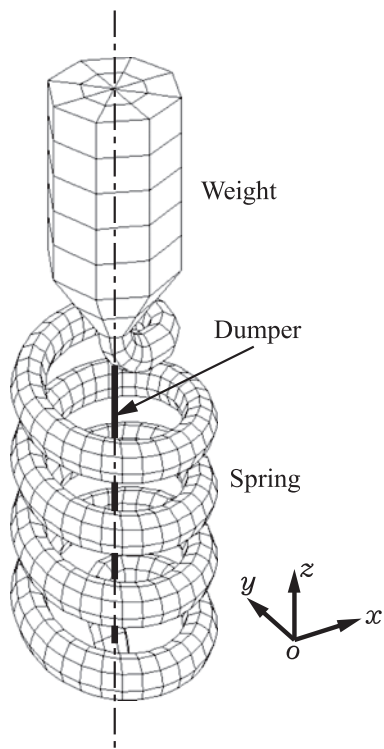
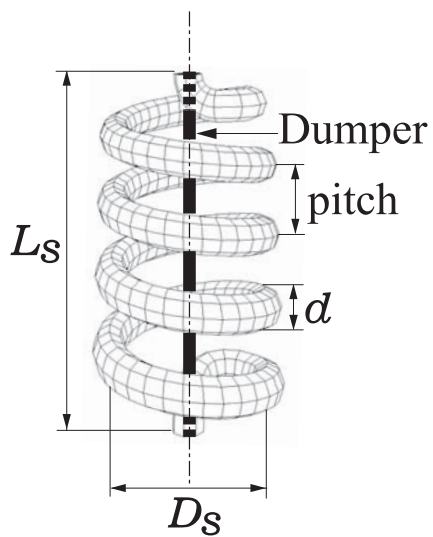


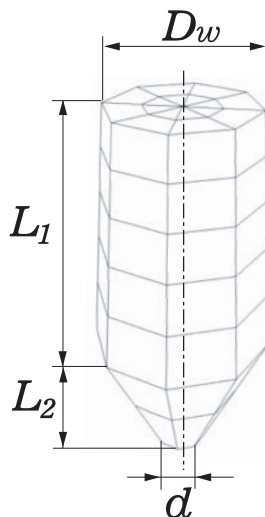
図1 スプリングとダンパーによるモデルの模式図



(a) 全体



(b) スプリング



(c) 錘

図2 スプリングとダンパーによる解析モデル

が原点はスプリングの最下部の中心とし、同図 a) に一点差線で示すモデルの中心軸と z 軸が一致するような x - y - z 直交座標系とした。同図の a) では原点 O をモデルの外部に平行移動させて見やすく座標系を示している。

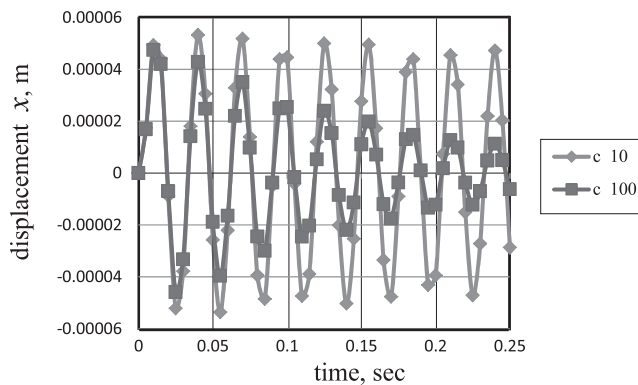
モデルの大きさであるが、スプリングについては図中に示すスプリングの線径 d は20mmであり、中心径 D_s は100mmとした、また pitch は40mmである。

また錘については、外系 D_w が80mmであり平行部とテーパ部の高さは L_1 、 L_2 はそれぞれ100mmおよび40mmである。このモデルの材料特性としての密度 ρ 、縦弾性係数 E 、ポアソン比 ν は表1に示すとおりである。錘部の質量 m は自重を与えた構造解析による算出結果であり、またばね定数 k は構造解析（弾性解析）で得られた荷重-変位関係より求めた。ただし、ばね定数 k を求めるにあたっての変位は、図2b) に示すスプリングの両端の中心間の変位である。こうして求められた質量 m とばね定数 k より臨界減衰係数 $C_c (= 2\sqrt{mk})$ を2267.4N/(m/s)と求めることができ、ダンパー係数 c の入力値と C_c との大小関係によって、荷重負荷後に減衰振動が起こる場合と振動が起こらずに荷重負荷による変位がもとに戻る場合の両現象について解析が可能となる。また、固有振動数 $f(= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}})$ は43.9Hzと算出することができる¹⁾。ところで、既報⁴⁾で示したスプリングの解析においては、荷重-変位の解析結果が密巻きコイルばねの計算式⁸⁾による計算結果とほぼ一致した結果が得られているが、そこで用いた解析モデルに比べて図2に示した今回のモデルの要素分割は粗く行っている。それは、静的な荷重による応力や変位の解析に比べ、今回の振動の時間応答解析では計算に長く時間を要するので、解析モデルの簡略化を図ったためである。このように、要素分割を粗くすることで荷重-変位の解析結果が密巻きコイルばねの計算式⁸⁾と比較して差異が拡大される場合があるが、精度が充分でなければスプリング部の縦弾性係数の入力値で補正することが可能である。本節で示す結果についてはこうした補正は行っていないが、次節では所定のばね定数が得られるようにスプリング部は縦弾性係数を補正して解析を行った。

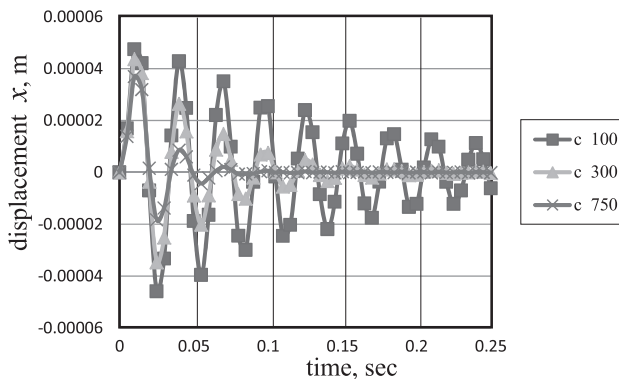
解析を行った荷重条件であるが、無負荷の状態から時間が0.05秒経過したところでスプリングを引張るように20Nを錘の上の面の中央に負荷し、その後は無負荷の状態が続くようにした。一方、拘束条件としてスプリングの最下面はどの方向にも動かないように固定し、また荷重負荷による横倒れやねじり変形が起こらないように、 z 軸上の節点は z 方向しか変位が生じないように、また $z-x$ 平面上の節点は y 方向の変位を拘束し、 $y-z$ 平面上の節点は x 方向の変位を拘束した。図3に示すのは、上述の荷重負荷条件でダンパー係数 c の値を10N/(m/s) から2500N/(m/s) まで変化させた場合の錘の平行部の重心での荷重方向の時間応答の変位解析結果である。全ての結果を1つの図に記すのは結果の傾向が読み取り難いので、同図 (a), (b), (c)

表1 スプリングとダンパーモデルの仕様

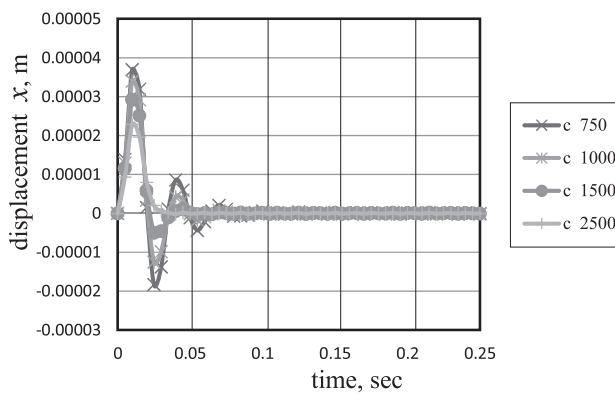
縦弾性係数 E	210GPa
ポアソン比 ν	0.3
密度 ρ	7800kg/m ³
質量 m	4.112kg
ばね定数 k	312.6kN/m



(a)



(b)



(c)

図3 スプリングとダンパーによるモデルでの時間応答図

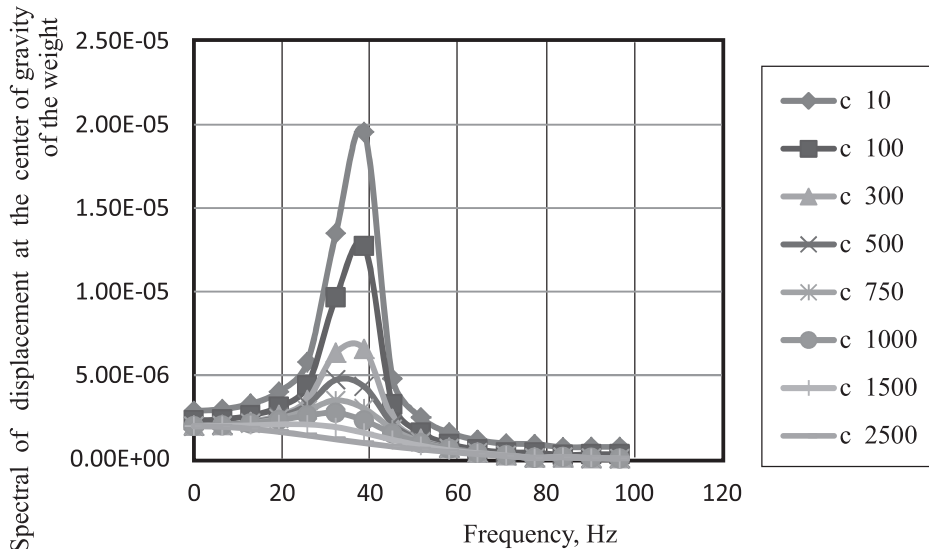


図4 高速フーリエ変換による変位スペクトルの解析結果

に分けて示している。すなわち、ほとんど減衰の傾向が現れていない場合から明確な減衰の傾向が認められる $c = 10, 100$ の場合（同図 (a)）、また減衰の程度が徐々に大きくなっていく傾向が見られる $c = 100, 500, 750, 1000$ 場合（同図 (b)）、さらに減衰による振幅の収束が早まり振動が起こらなくなる $c = 1000, 1500, 2500$ 場合（同図 (c)）である。ダンパー係数 c が 2500 の場合のみは臨界減衰係数 C_c よりも大きな場合であるが、図 3 に示す結果はこうした結果を矛盾なく反映しているといえる。また、図 4 は図 3 に示した時間応答の結果に対して行った高速フーリエ変換による錘の重心での変位スペクトルである。

3. 車両の振動モデルによる減衰振動解析

図 5 は車両の振動モデルである。このモデルは、ブレーキやホイールで構成される質量 m_1 （ばね下）、車体や乗員の重量 m_2 （ばね上）、タイヤのばね定数 k_1 、サスペンションのばね定数 k_2 、および減衰係数 c から成る^{1), 2)}。これらの値は表 2 に示すとおりであり、スプリング部は材料の縦弾性係数を補正し、また錘部は材料の密度 ρ を補正することでこれらの値を取るように補正した。また、スプリングでない部分の縦弾性係数は 210GPa、錘でない部分の密度 ρ は 7800kg/m^3 とし、ポアソン比 ν は全ての部分で 0.3 とした。今回使用した解析ソフトでは加振条件は荷重入力でなければ与えることはできないので、路面変位 x_0 を与えたときのばね下変位 x_1 、ばね上変位 x_2 の

表 2 車両振動モデルの仕様

m_1	1000kg
k_1	70kN/m
c	5kN/(m/s)
m_2	100kg
k_2	800kN/m

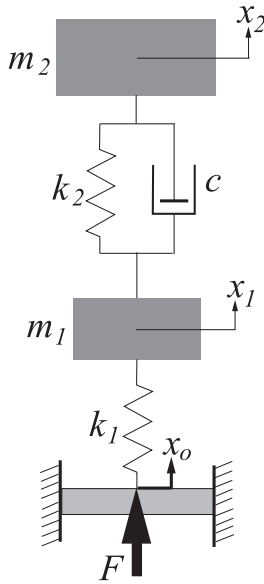


図5 車両振動モデルの模式図

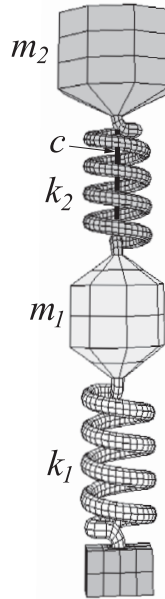
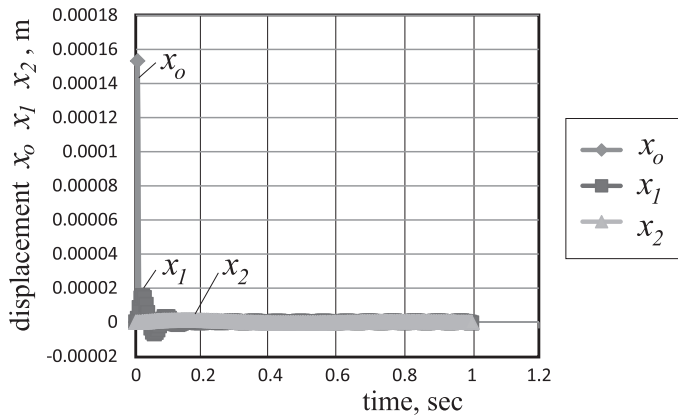


図6 解析を行った車両振動モデル

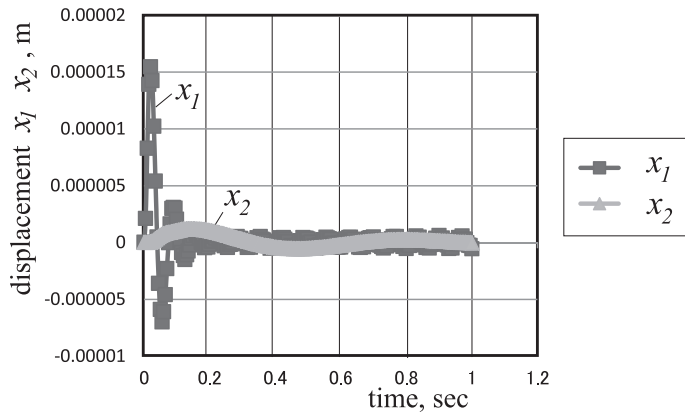
応答を解析するために、タイヤの下の部分を加振装置として図に示すような両端支持ばりとして、タイヤと加振装置（両端支持ばり）の接続部分に上向きに荷重と与え、路面変位の変化に相当する加振条件とみなすこととした。図6は解析に用いたモデルである。両端支持ばりの寸法は、断面0.05m×0.05mで端面間の長さは0.1mである。また、スプリングの形状寸法はどちらも前節で示した図2b)と同様であり、ダンパーについては前節と同様に図中に太線で示してある。加振荷重は200kNとし、先に示したダンパーとスプリングのモデルによる減衰振動解析の場合と同様に無負荷の状態から0.05秒後に加振荷重を負荷しその後は無負荷の状態を維持するように設定した。また、拘束条件は前節で示した解析と同様に加振による横倒れやねじり変形が起こらないように設定した。

図7は加振による時間応答の解析結果である。同図a)は、路面変位 x_0 とばね下およびばね上の変位 x_1 、 x_2 を示しているが、縦軸を拡大して傾向をわかりやすく示したのが同図b)である。これらは理論的な結果であり、実際にはタイヤの変形やダンパーの特性はばね定数やダンパー係数のみでは十分に説明付けることは難しいと思われる^{1), 3)}。

また、ここで用いた図6に示すようなモデルは作成に時間を要するために、教育用の教材として相応しいとは言い難く、車両全体をモデル化しその一部として組み入れることは容易ではない。そこで、簡便なモデルによる同様な解析も現在検討中である。



(a)



(b)

図7 車両振動モデルでの時間応答解析

4. お わ り に

本研究では、模式的な三次元モデルを作成して、減衰のある振動解析を行った。モデルを構成するスプリングについては既報⁴⁾で示した手法でモデルを作成し、またダンパーに関する条件設定は解析を行ったソフト⁷⁾の機能を用いた。解析結果には、ダンパー係数を変化させることによる減衰の程度の変化が認められ、臨界減衰係数との対応についても確認することができた。

また、車両振動モデルを作成し路面変位での縁石乗揚げに対するばね下変位・ばね上変位の時間応答についても解析を行ってみた。ここで得られた理論的な結果は実際の車両の結果が十分に反映できているとは言い難いが、今後さらに検討を行っていく予定である。

参 考 文 献

- 1) 竹原 伸, はじめての自動車運動学, 森北出版 (2014)
- 2) 景山克三, 景山一郎, 自動車力学, 理工学社 (2007)
- 3) 中里武彦, イナーターの試作及びポストリグ試験, 中日本自動車短期大学 論叢 (2016)
- 4) 加藤泰世, 円錐コイルばねの静的荷重下での応力および変形に関する有限要素法解析, 中日本自動車短期大学 論叢 (2014)
- 5) 加藤泰世, ボルト締め付け破断試験での実験結果に基づく応力・ひずみ解析, 中日本自動車短期大学 論叢 (2015)
- 6) 加藤泰世, ピストンを想定した円筒型モデルによる熱伝導熱膨張に関する有限要素法解析, 中日本自動車短期大学 論叢 (2013)
- 7) 黒田英夫, 基礎からの数値計算, 工学社 (2010)
- 8) 平 修二, 現代材料力学, オーム社 (1981)